

REŠENJA PRVOG DOMAĆEG ZADATAKA

1. zadatak – rešenje

- **Извор искључен ($Q = \text{const.}$):**

$$\Delta W_i = U \Delta Q = 0$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{\text{meh}} + \Delta W_e \Rightarrow \Delta W_{\text{meh}} = -\Delta W_e$$

$$F = -\frac{\Delta W_e}{\Delta x} = -\frac{\partial W_e}{\partial x} \dots \dots \dots = -\frac{dW_e}{dx} \Rightarrow F = -\frac{dW_e}{dx} = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0}$$

- **Извор укључен ($U = \text{const.}$):**

$$\Delta x \rightarrow \Delta C \rightarrow \Delta Q, \quad \Delta W_i = U \Delta Q \neq 0$$

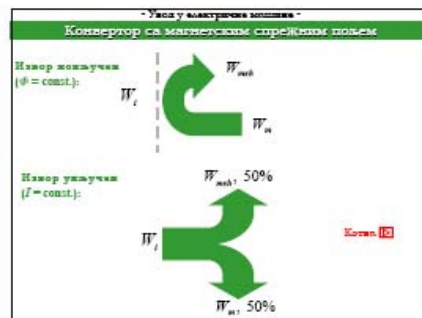
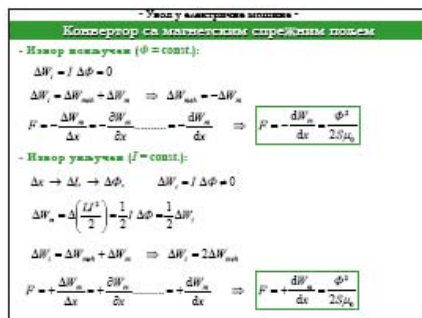
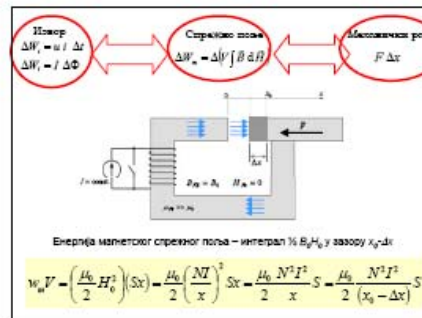
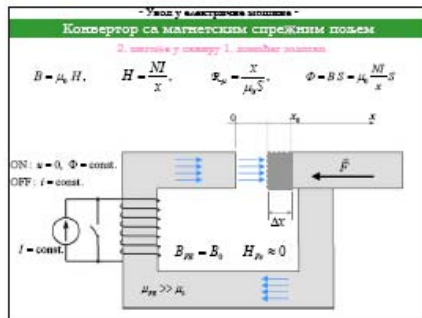
F1 = F2, сила се може исказати уз помоћ електростатичког притиска, који се у условима Q = const. не мења и не зависи од тога јелл извор прикључен или не

$$\Delta W_e = \Delta \left(\frac{CU^2}{2} \right) = \frac{1}{2} U \Delta Q = \frac{1}{2} \Delta W_i$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{\text{meh}} + \Delta W_e \Rightarrow \Delta W_{\text{meh}} = \Delta W_i - \Delta W_e = \Delta W_e$$

$$F = +\frac{\Delta W_e}{\Delta x} = +\frac{\partial W_e}{\partial x} \dots \dots \dots = +\frac{dW_e}{dx} \Rightarrow F = +\frac{dW_e}{dx} = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0}$$

2. zadatak – rešenje



3. zadatak – rešenje

Занемарења:

- Систем се посматра као мрежа са сконцентрисаним параметрима,

- Занемарују се паразитне капацитивности,

$$\varepsilon E^2 < \mu H^2$$

- Занемарују се губици у спрежном пољу (гвожђу),

$$P_{Fe}/m = k_H f B_m^2 + k_v f^2 B_m^2 \quad [\text{W/kg}]$$

- Феромагнетски материјал се сматра линеарним,

$$\mu = C^{te}$$

N диференцијалних једначина напонске равнотеже:

$$(1) \quad \underline{u} = R \underline{i} + \frac{d\Psi}{dt}$$

N нестационарних релација $\Psi \sim i$:

$$(2) \quad \underline{\Psi} = \underline{L}(\theta_m, t) \cdot \underline{i} \quad \underline{\Psi} = \underline{L} \underline{i}$$

Диференцијална једначина момента:

$$(3) \quad M_{em} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta_m} \underline{i}$$

Једначина механичке равнотеже (Нутнова):

$$(4) \quad J \frac{d\omega_m}{dt} = M_{em} - M_m - k_F \omega_m$$

4. zadatak – rešenje

Енергија спрежног поља: $W_m = L \delta R \int_0^{2\pi} w_m d\theta$

Густина енергије поља: $H_r > H_\theta \Rightarrow w_m = \frac{1}{2} \mu_0 (H_r^S + H_r^R)^2$

$$W_m = \frac{\mu_0 R^3 L}{2\delta} \int_0^{2\pi} (J_{R0}^2 \sin^2(\theta - \theta_m) + J_{S0}^2 \sin^2(\theta) + 2J_{R0} J_{S0} \sin(\theta - \theta_m) \sin(\theta)) d\theta$$

↑
↑
↑
const.
const.
 $f(\theta_m)$

$$M_{R \rightarrow S} = + \frac{dW_m}{d\theta_m} = \frac{d}{d\theta_m} \left\{ \frac{\mu_0 R^3 L J_{R0} J_{S0}}{\delta} \int_0^{2\pi} \sin(\theta - \theta_m) \sin(\theta) d\theta \right\}$$

$$M_{R \rightarrow S} = \frac{d}{d\theta_m} \left\{ \frac{\mu_0 R^3 L J_{R0} J_{S0}}{\delta} \pi \cos(\theta_m) \right\}$$

$$M_{S \rightarrow R} = -M_{R \rightarrow S} = -\frac{\mu_0 \pi R^3 L}{\delta} J_{R0} J_{S0} \sin(\theta_m)$$

5. zadatak – rešenje

a)

Енергија акумулисана у магнетском пољу износи:

$$W_m(t, \theta_m) = \frac{1}{2} L_1 \cdot i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 \cdot i_2^2(t) + L_{12}(\theta_m(t)) \cdot i_1(t) \cdot i_2(t).$$

Pošto se proces elektromehaničkog pretvaranja vrši pri struji koja ne zavisi od ugaonog položaja rotora θ_m , elektromagnetski moment se izračunava prema izrazu:

$$m(t) = \frac{\partial W_m(t, \theta_m)}{\partial \theta_m} = i_1(t) \cdot i_2(t) \cdot \frac{dL_{12}(\theta_m(t))}{d\theta_m} = [9.6 \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \cdot \cos(\theta_m(t))] [Nm].$$

U skladu sa postavkom zadatka, ugaon $\theta_m(t)$ se može zapisati kao:

$$\theta_m(t) = \Omega_m \cdot t + \theta_m(0) = \Omega_m \cdot t + \frac{\pi}{6}.$$

Pošto je u mašini uspostavljen sinhronizam, brzine obrtanja rotora i kružne učestanosti napajanja, $\omega_1 = \Omega_m$, za trenutnu vrednost momenta dobija se:

$$m(t) = 9.6 \cdot \cos(\Omega_m \cdot t) \cdot \cos\left(\Omega_m \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) = 4.8 \cdot \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\left(2 \cdot \Omega_m \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right\} [Nm].$$

b)

Srednja vrednost momenta se izračunava integracijom trenutne vrednosti momenta tokom jednog obrtaja rotora $T = 2\pi/\Omega_m$:

$$M_{em} = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T 4.8 \cdot \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\left(2 \cdot \Omega_m \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right\} dt = 2.4 \cdot \sqrt{3} Nm.$$

Srednja snaga elektromehaničkog pretvaranja predstavlja proizvod elektromagnetskog momenta i ugaone brzine obrtanja: $P_{em} = M_{em} \cdot \Omega_m$. Iz ove relacije određujemo ugaonu brzinu obrtnja kao:

$$\Omega_m = \frac{P_{em}}{M_{em}} = \frac{40}{2.4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{50}{9} \cdot \sqrt{3} \frac{rad}{s}$$

c)

U cilju izračunavanja napona na priključcima rotora, potrebno je najpre izračunati fluks koji se ima u rotorskom namotaju:

$$\Psi_2(t) = L_2 \cdot i_2(t) + L_{12}(\theta_m(t)) \cdot i_1 = \left[0.64 + 0.48 \cdot \sin\left(2 \cdot \Omega_m \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right] [Wb].$$

Izraz za napon na rotorskim priključcima:

$$u_2(t) = R_2 \cdot i_2(t) + \frac{d\Psi_2(t)}{dt} = \left[20 + \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \cos\left(\frac{100}{9} \cdot \sqrt{3} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right] [V].$$

d)

Trenutna snaga koja se preuzima iz rotorskog izvora iznosi:

$$\begin{aligned} p_2(t) &= u_2(t) \cdot i_2(t) = \left[20 + \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \cos\left(\frac{100}{9} \cdot \sqrt{3} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right] \cdot 10 = \\ &= \left[200 + \frac{160 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \cos\left(\frac{100}{9} \cdot \sqrt{3} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right] [W]. \end{aligned}$$

Srednja vrednost ulazne snage iznosi:

$$P_{2,sr} = \frac{1}{T} \int_0^T p_2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[200 + \frac{160 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \cos\left(\frac{100}{9} \cdot \sqrt{3} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \right] dt = 200W$$

Izvor koji napaja rotor daje snagu jednaku Džulovim gubicima u namotaju rotora.

Snaga Džulovih gubitaka u namotaju rotora jednaka je .

$$P_{Cu_{2,sr}} = R_2 \cdot I_2^2 = 200W.$$

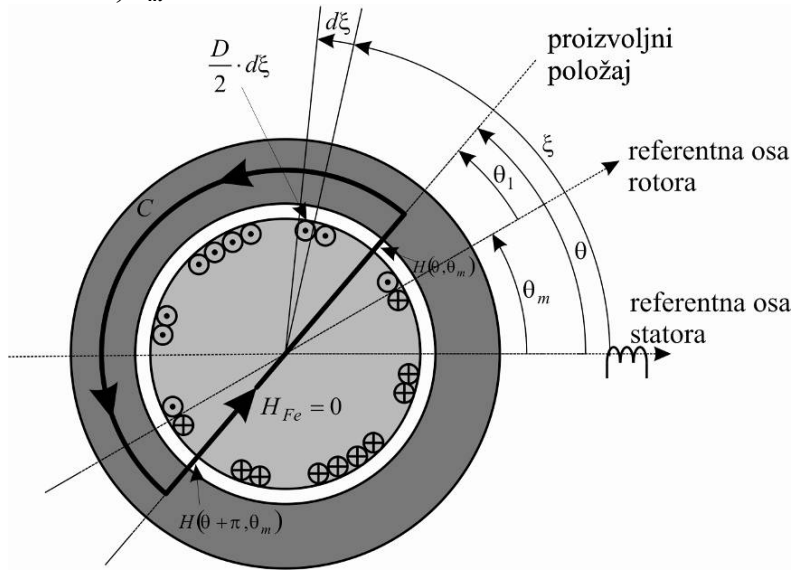
Snaga koju daje izvor priključen na namotaj rotora ne doprinosi mehaničkom radu, tj. celokupna snaga ovog izvora troši se na gubitke u namotaju. Izvor koji napaja stator omogućava i elektromehaničko pretvaranje i pokriva snagu Džulovih gubitaka koja se pretvara u toplotu u namotaju statora.

6. zadatak – rešenje

a)

1. Korak:

Određivanje prostorne raspodele jačine magnetnog polja u zazoru, $H(\theta, \theta_m)$, koja potiče od struje rotorskog namotaja I_r , u funkciji ugaonog pomeraja rotora u odnosu na stator, θ_m .



Struja koja postoji u rotorskim provodnicima stvara magnetsko polje u vazдушnom zazoru mašine. Radijalna komponenta polja je značajno veća od tangencijalne, koja se može zanemariti. Zatvorena kontura C, prikazana na slici, dva puta prolazi kroz vazdušni zazor širine δ , na ugaonom položaju θ i $\theta + \pi$. Kako je $H_{Fe} \approx 0$, smatra se da magnetsko polje postoji isključivo u vazдушnom zazoru. Ugao θ_1 jednak je razlici između koordinate θ i ugla θ_m , koji označava pomeraj rotora u odnosu na stator. Na ugaonom položaju θ i $\theta + \pi$, polje H ima jednaku jačinu ali suprotan znak, tj. $H(\theta + \pi, \theta_m) = -H(\theta, \theta_m)$. To je posledica činjenice da je mašina simetrična, kao i da polje vektora magnetske indukcije nije izvorno $\text{div} \vec{B} = 0$. Jačina magnetskog polja u vazдушnom zazoru, $H(\theta, \theta_m)$, se određuje primenom Amperovog zakona na konturu C. Krivolinijski integral vektora magnetskog polja po zatvorenoj konturi C jednak je zbiru svih struja koje prolaze kroz površ oslonjenu na konturu, I_C .

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I_C$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H(\theta, \theta_m) \cdot \delta - H(\theta + \pi, \theta_m) \cdot \delta = H(\theta, \theta_m) \cdot \delta + H(\theta, \theta_m) \cdot \delta = 2 \cdot \delta \cdot H(\theta, \theta_m).$$

Negativan predznak koji u prethodnom izrazu stoji uz $H(\theta + \pi, \theta_m)$ javlja se zbog toga što je smer obilaska konture C duž vazdušnog zazora na položaju $\theta + \pi$ suprotan od referentnog smera za radijalnu komponentu magnetskog polja u cilindričnom koordinatnom sistemu.

$$I_C = \int_{\theta}^{\theta+\pi} N'_r(\xi - \theta_m) \cdot I_r \cdot \frac{D}{2} d\xi$$

$$I_C = I_r \cdot \frac{D}{2} \cdot \int_{\theta}^{\theta+\pi} \left(N'_{r1,\max} \sin(\xi - \theta_m) + N'_{r5,\max} \sin(5 \cdot (\xi - \theta_m)) \right) d\xi$$

U prethodnom izrazu ξ predstavlja proizvoljni ugaoni položaj u intervalu integracije.

$$I_C = I_r \cdot D \cdot \left(N'_{r1,\max} \cdot \cos(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5,\max}}{5} \cdot \cos(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right)$$

$$H(\theta, \theta_m) = \frac{I_r \cdot D \cdot \left(N'_{r1,\max} \cdot \cos(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5,\max}}{5} \cdot \cos(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right)}{2 \cdot \delta}$$

2. Korak:

Određivanje magnetske indukcije u zazoru kao funkcije ugaonog pomeraja rotora u odnosu na stator, θ_m , rotorske struje i parametara mašine.

$$B(\theta, \theta_m) = \mu_0 \cdot H(\theta, \theta_m) = \mu_0 \cdot \frac{I_r \cdot D \cdot \left(N'_{r1,\max} \cdot \cos(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5,\max}}{5} \cdot \cos(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right)}{2 \cdot \delta}$$

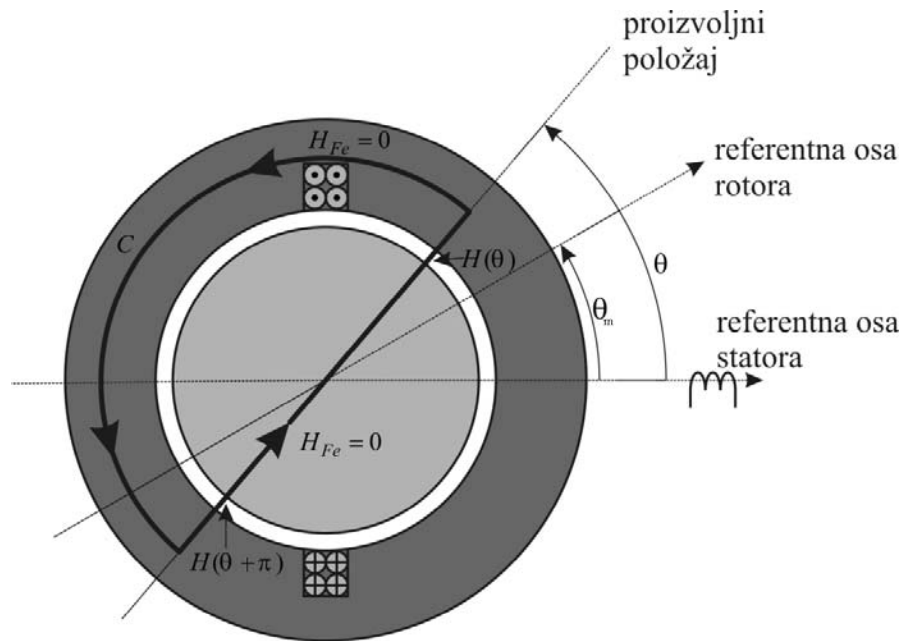
b)

b1)

Određivanje sopstvene induktivnosti statorskog namotaja definisanog slikom 6.2.

1. Korak:

Koeficijent sopstvene induktivnosti statorskog namotaja, dobija se kao količnik statorskog fluksa, koji se javlja kao posledica postojanja struje u statoru, i struje statora koja je uzrok pojavi fluksa. Potrebno je, dakle, odrediti fluks koji postoji u statorskom namotaju u slučaju da u mašini postoji struja I_S i da nema drugih struja. U ovom delu proračuna smatra se da ne postoji struja u rotoru.



Konturni integral polja H na posmatranoj konturi jednak je $N_S I_S$, gde je N_S broj navojaka statora. Naznačeni smer obilaska konture je konzistentan sa smerom linija magnetskog polja koje stvara struja koja postoji u provodnicima koji su obuhvaceni konturom C.

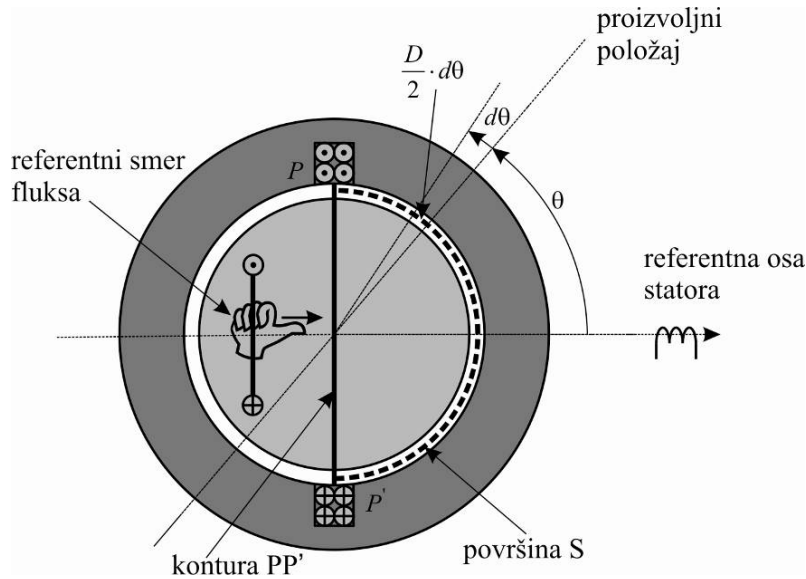
Na ugaonom položaju θ i $\theta + \pi$, polje H ima jednaku jačinu ali suprotan znak, tj. $H(\theta + \pi, \theta_m) = -H(\theta, \theta_m)$. To je posledica činjenice da je mašina simetrična, kao i da polje vektora magnetske indukcije nije izvorno $\text{div} \vec{B} = 0$. Jačina magnetskog polja u vazдушnom zazoru, $H(\theta, \theta_m)$, se određuje primenom Amperovog zakona na konturu C. Primenom Amperovog zakona na konturu C, dobija se

$$H(\theta) = \frac{N_S \cdot I_S}{2 \cdot \delta}, \quad B(\theta) = \mu_0 \cdot \frac{N_S \cdot I_S}{2 \cdot \delta}.$$

2. Korak:

Određivanje fluksa kroz konturu koja se oslanja na provodnike statorskog namotaja P i P'

Na unutrašnjoj strani statora nalazi se skoncentrisan namotaj statora koji poseduje N_S navojaka. Na slici sa P i P' je označen par provodnika na ugaonom rastojanju π koji čini konturu (navojak). Položaj konture u ortogonalnom preseku je određen osom koja sa osom namotaja statora zaklapa ugao $+\pi/2$.



Fluks kroz posmatranu konturu se dobija izračunavanjem površinskog integrala magnetske indukcije na površi S: $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Pošto je poznat analitički izraz za jačinu

magnetske indukcije u vazдушnom zazoru, najpogodnije je za površ integracije usvojiti polucilindrar poluprečnika $D/2$ i dužine L koji se prostire duž vazdušnog zazora (videti isprekidanu liniju na gornjem crtežu) i oslonjen je na konturu, od ugaonog položaja $-\pi/2$ do ugaonog položaja $\pi/2$. Fluks u svakoj od kontura je jednak.

$$\Phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B(\theta) \cdot L \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Phi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mu_0 \cdot \frac{N_s \cdot I_s}{2 \cdot \delta} \cdot L \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Phi = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N_s \cdot D \cdot L \cdot I_s}{4 \cdot \delta}$$

Ukupni fluks statora je proizvod fluksa u jednom navojku i broja navojaka:

$$\Psi_s = N_s \cdot \Phi = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N_s^2 \cdot D \cdot L \cdot I_s}{4 \cdot \delta}$$

Induktivnost statorskog namotaja je:

$$L_s = \frac{\Psi_s}{I_s} = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N_s^2 \cdot D \cdot L}{4 \cdot \delta}$$

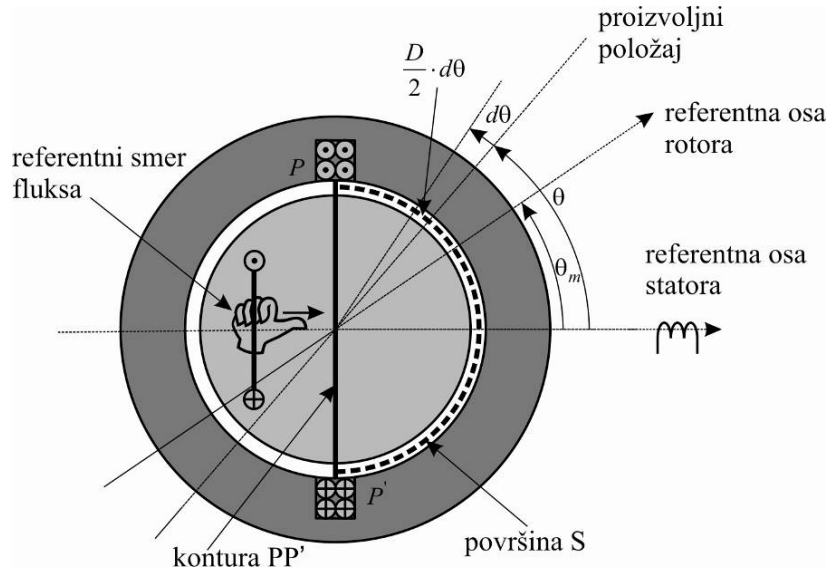
b2)

Određivanje elektromotorne sile koja se indukuje u statorskom namotaju, $e(\theta_m, \omega_m)$, a javlja se kao posledica postojanja magnetske indukcije u zazoru koja potiče od struje rotorskog namotaja $I_r, B(\theta, \theta_m)$.

1. Korak:

Određivanje fluksa kroz konturu koja se oslanja na provodnike statorskog namotaja P i P'.

Na unutrašnjoj strani statora nalazi se skoncentrisan namotaj statora koji poseduje N_S navojaka. Na slici sa P i P' je označen par provodnika na ugaonom rastojanju π koji čini konturu (navojak). Položaj konture u ortogonalnom preseku je određen osom koja sa osom namotaja statora zaklapa ugao $+\pi/2$.



Fluks kroz posmatranu konturu se dobija izračunavanjem površinskog integrala magnetske indukcije na površi S: $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Pošto je poznat analitički izraz za jačinu

magnetske indukcije u vazдушnom zazoru, najpogodnije je za površ integracije usvojiti polucilindrar poluprečnika $D/2$ i dužine L koji se prostire duž vazdušnog zazora (videti isprekidanu liniju na gornjem crtežu) i oslonjen je na konturu, od ugaonog položaja $-\pi/2$ do ugaonog položaja $\pi/2$. Fluks u svakoj od kontura je jednak.

$$\Phi(\theta_m) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B(\theta, \theta_m) \cdot L \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Phi(\theta_m) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mu_0 \cdot \frac{I_r \cdot D \cdot \left(N'_{r1,max} \cdot \cos(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5,max}}{5} \cdot \cos(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right)}{2 \cdot \delta} \cdot L \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Phi(\theta_m) = \frac{\mu_0 \cdot D^2 \cdot I_r \cdot L}{2 \cdot \delta} \cdot \left(N'_{r1,max} \cdot \cos(\theta_m) + \frac{N'_{r5,max}}{25} \cdot \cos(5 \cdot \theta_m) \right).$$

2. Korak:

Određivanje ukupnog fluksa statorskog namotaja koji potiče od polja koje postoji u zazoru.

U svim statorskim navojcima postoji isti fluks. Ukupni fluks statorskog namotaja se određuje kao proizvod fluksa u jednom navojku i broja navojaka:

$$\Psi_S(\theta_m) = N_S \cdot \Phi(\theta_m) = \frac{\mu_0 \cdot N_S \cdot D^2 \cdot I_R \cdot L}{2 \cdot \delta} \cdot \left(N'_{r1,\max} \cdot \cos(\theta_m) + \frac{N'_{r5,\max}}{25} \cdot \cos(5 \cdot \theta_m) \right).$$

3. Korak:

Određivanje elektromotorne sile koja se indukuje u statorskom namotaju.

Elektromotorna sila koja se indukuje u statorskom namotaju, iznosi:

$$e(\theta_m, \Omega_m) = \frac{d\Psi_S(\theta_m)}{dt} = \frac{d\Psi_S(\theta_m)}{d\theta_m} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$e(\theta_m, \Omega_m) = -\frac{\mu_0 \cdot N_S \cdot D^2 \cdot I_R \cdot L \cdot \Omega_m}{2 \cdot \delta} \cdot \left(N'_{r1,\max} \cdot \sin(\theta_m) + \frac{N'_{r5,\max}}{5} \cdot \sin(5 \cdot \theta_m) \right).$$

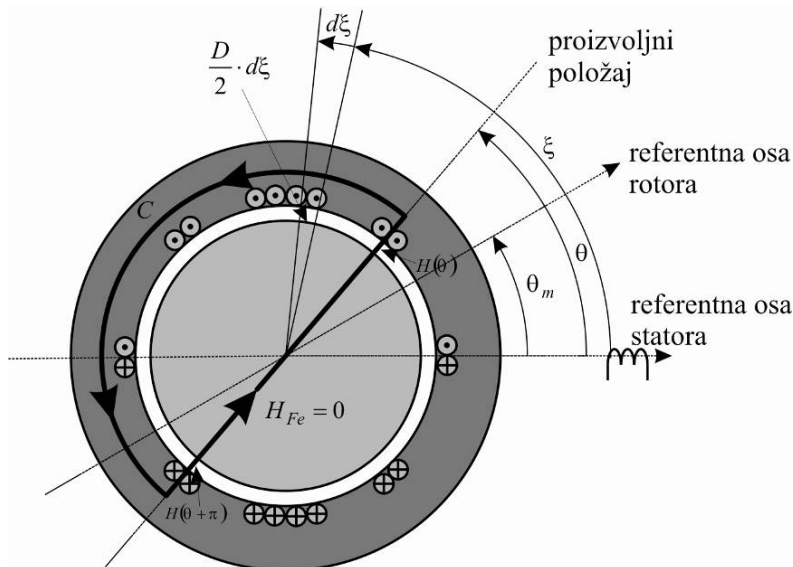
c)

c1)

Određivanje sopstvene induktivnosti statorskog namotaja definisanog slikom 6.3.

1. Korak:

Određivanje prostorne raspodele jačine magnetnog polja u zazoru, $H(\theta)$, koja potiče od struje statorskog namotaja I_S .



Struja koja postoji u statorskim provodnicima stvara magnetsko polje u vazдушnom zazoru mašine. Radijalna komponenta polja je značajno veća od tangencijalne, koja se može zanemariti. Zatvorena kontura C, prikazana na slici, dva puta prolazi kroz vazдушni zazor širine δ , na ugaonom položaju θ i $\theta + \pi$. Kako je $H_{Fe} \approx 0$, smatra se da

magnetsko polje postoji isključivo u vazdušnom zazoru. Na ugaonom položaju θ i $\theta + \pi$, polje H ima jednaku jačinu ali suprotan znak, tj. $H(\theta + \pi) = -H(\theta)$. To je posledica činjenice da je mašina simetrična, kao i da polje vektora magnetske indukcije nije izvorno $\text{div} \vec{B} = 0$. Jačina magnetskog polja u vazdušnom zazoru, $H(\theta)$, se određuje primenom Amperovog zakona na konturu C . Krivolinijski integral vektora magnetskog polja po zatvorenoj konturi C jednak je zbiru svih struja koje prolaze kroz površ oslonjenu na konturu, I_C .

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I_C$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H(\theta) \cdot \delta - H(\theta + \pi) \cdot \delta = H(\theta) \cdot \delta + H(\theta) \cdot \delta = 2 \cdot \delta \cdot H(\theta)$$

$$I_C = \int_{\theta}^{\theta + \pi} N'_s(\theta) \cdot I_s \cdot \frac{D}{2} d\xi = \int_{\theta}^{\theta + \pi} N'_{s,\max} \cdot \sin(\xi) \cdot I_s \cdot \frac{D}{2} d\xi = D \cdot N'_{s,\max} \cdot I_s \cdot \cos(\theta).$$

U prethodnom izrazu I_C je vrednost krivolinijskog integrala po zatvorenoj konturi C , a ξ predstavlja proizvoljni ugaoni položaj u intervalu integracije.

$$H(\theta) = \frac{D \cdot N'_{s,\max} \cdot I_s \cdot \cos(\theta)}{2 \cdot \delta}.$$

2. Korak:

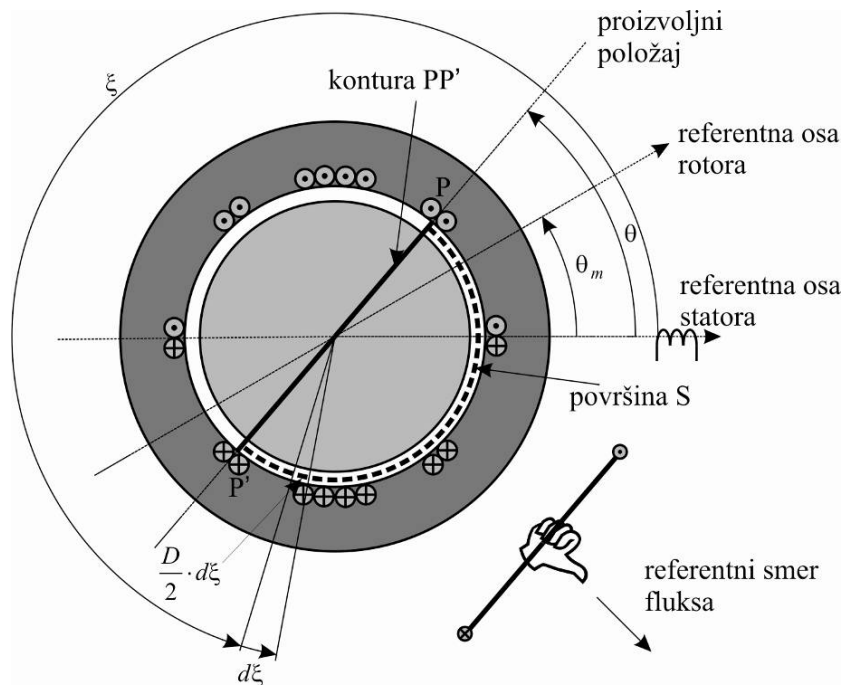
Određivanje magnetske indukcije u vazdušnom zazoru mašine.

$$B(\theta) = \mu_0 \cdot H(\theta) = \mu_0 \cdot \frac{D \cdot N'_{s,\max} \cdot I_s \cdot \cos(\theta)}{2 \cdot \delta}.$$

3. Korak:

Određivanje fluksa kroz konturu koja se oslanja na provodnike statorskog namotaja P i P'.

Na unutrašnjoj strani statora nalazi se sinusoidalno raspodeljen namotaj statora. Na slici sa P i P' je označen par provodnika na ugaonom rastojanju π koji čini konturu (navojak). Položaj konture u ortogonalnom preseku je određen osom koja sa osom namotaja statora zaklapa ugao θ .



Fluks kroz posmatranu konturu se dobija izračunavanjem površinskog integrala magnetske indukcije na površi S: $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Pošto je poznat analitički izraz za jačinu

magnetske indukcije u vazдушnom zazoru, najpogodnije je za površ integracije usvojiti polucilindrar poluprečnika $D/2$ i dužine L koji se prostire duž vazdušnog zazora (videti isprekidanu liniju na gornjem crtežu) i oslonjen je na konturu, od ugaonog položaja $\theta - \pi$ do ugaonog položaja θ .

$$\Phi(\theta) = \int_{\theta-\pi}^{\theta} B(\xi) \cdot L \cdot \frac{D}{2} d\xi = \int_{\theta-\pi}^{\theta} \frac{\mu_0 \cdot D \cdot N'_{s,\max} \cdot I_s}{2 \cdot \delta} \cdot L \cdot \frac{D}{2} \cdot \cos(\xi) d\xi = \frac{\mu_0 \cdot L \cdot D^2 \cdot I_s}{2 \cdot \delta} \cdot N'_{s,\max} \cdot \sin(\theta).$$

4. Korak:

Određivanje ukupnog fluksa statorskog namotaja koji potiče od polja koje postoji u zazoru.

Ugaonom pomeraju $d\theta$ odgovara dužinski pomeraj po obimu zazora od $D/2 \cdot d\theta$. Na tom pomeraju nalazi se $dN_s = N'_s(\theta) \cdot D/2 \cdot d\theta$ provodnika pri čemu je $N'_s(\theta)$ podužna gustina statorskih provodnika. Kroz navojke koji čine ti provodnici javlja se fluks čija je vrednost: $d\Psi_s = \Phi(\theta) \cdot dN_s$. Ukupan fluks se računa kao integral elementarnog dela fluksa na intervalu integracije $0 - \pi$ (uočiti da interval integracije nije ceo obim statora jer bi na taj način pogrešno obuhvatali sve navojke po dva puta). Ako sa $\Psi_s(\theta_m)$ označimo ukupan fluks koji se indukuje u namotaju statora, a potiče od polja koje postoji u zazoru, ima se:

$$\Psi_S = \int_0^\pi \Phi(\theta) \cdot N'_s(\theta) \cdot \frac{D}{2} d\theta = \int_0^\pi \frac{\mu_0 \cdot L \cdot D^2 \cdot I_S}{2 \cdot \delta} \cdot N'_{s,\max} \cdot \sin(\theta) \cdot N'_{s,\max} \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Psi_S = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot L \cdot D^3 \cdot N'^2_{s,\max} \cdot I_S}{8 \cdot \delta}$$

Induktivnost statorskog namotaja je:

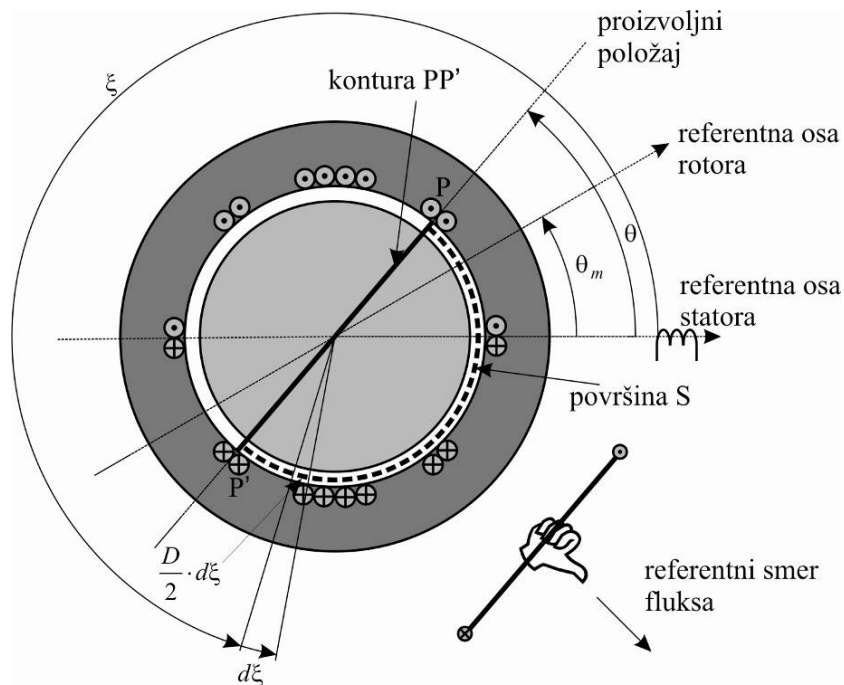
$$L_S = \frac{\Psi_S}{I_S} = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot L \cdot D^3 \cdot N'^2_{s,\max}}{8 \cdot \delta}$$

c2)

Određivanje elektromotorne sile koja se indukuje u statorskom namotaju, $e(\theta_m, \omega_m)$, a javlja se kao posledica postojanja magnetske indukcije u zazoru koja potiče od struje rotorskog namotaja $I_r, B(\theta, \theta_m)$.

1. Korak:

Određivanje fluksa kroz konturu koja se oslanja na provodnike statorskog namotaja P i P'.



Fluks kroz posmatranu konturu se dobija izračunavanjem površinskog integrala magnetske indukcije na površi S: $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$. Pošto je poznat analitički izraz za jačinu

magnetske indukcije u vazdušnom zazoru, najpogodnije je za površ integracije usvojiti polucilindrar poluprečnika $D/2$ i dužine L koji se prostire duž vazdušnog zazora (videti isprekidanu liniju na gornjem crtežu) i oslonjen je na konturu, od ugaonog položaja $\theta - \pi$ do ugaonog položaja θ .

$$\Phi(\theta, \theta_m) = \int_{\theta-\pi}^{\theta} B(\xi, \theta_m) L \cdot \frac{D}{2} d\xi = \int_{\theta-\pi}^{\theta} \mu_0 \cdot \frac{I_r \cdot D \cdot \left(N'_{r1, \max} \cdot \cos(\xi - \theta_m) + \frac{N'_{r5, \max}}{5} \cdot \cos(5 \cdot (\xi - \theta_m)) \right)}{2 \cdot \delta} \cdot L \cdot \frac{D}{2} \cdot d\xi$$

$$\Phi(\theta, \theta_m) = \frac{\mu_0 \cdot L \cdot D^2 \cdot I_r}{2 \cdot \delta} \cdot \left(N'_{r1, \max} \cdot \sin(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5, \max}}{25} \cdot \sin(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right).$$

2. Korak:

Određivanje ukupnog fluksa statorskog namotaja koji potiče od polja koje postoji u zazoru.

Ugaonom pomeraju $d\theta$ odgovara dužinski pomeraj po obimu zazora od $D/2 \cdot d\theta$. Na tom pomeraju nalazi se $dN_s = N'_s(\theta) \cdot D/2 \cdot d\theta$ provodnika pri čemu je $N'_s(\theta)$ podužna gustina statorskih provodnika. Kroz navojke koji čine ti provodnici javlja se fluks čija je vrednost: $d\Psi_s(\theta_m) = \Phi(\theta, \theta_m) \cdot dN_s$. Ukupan fluks se računa kao integral elementarnog dela fluksa na intervalu untegracije $0 - \pi$ (uočiti da interval integracije nije ceo obim statora jer bi na taj način pogrešno obuhvatali sve navojke po dva puta). Ako sa $\Psi_s(\theta_m)$ označimo ukupan fluks koji se indukuje u namotaju statora, a potiče od polja koje postoji u zazoru, ima se:

$$\Psi_s(\theta_m) = \int_0^{\pi} \Phi(\theta, \theta_m) \cdot N'_s(\theta) \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Psi_s(\theta_m) = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 \cdot L \cdot D^2 \cdot I_r}{2 \cdot \delta} \cdot \left(N'_{r1, \max} \cdot \sin(\theta - \theta_m) + \frac{N'_{r5, \max}}{25} \cdot \sin(5 \cdot (\theta - \theta_m)) \right) \cdot N'_{s, \max} \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{D}{2} d\theta$$

$$\Psi_s(\theta_m) = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot L \cdot D^3 \cdot I_r \cdot N'_{r1, \max} \cdot N'_{s, \max}}{8 \cdot \delta} \cdot \cos(\theta_m).$$

3. Korak:

Određivanje elektromotorne sile koja se indukuje u statorskom namotaju.

Elektromotorna sila koja se indukuje u statorskom namotaju, iznosi:

$$e(\theta_m, \Omega_m) = \frac{d\Psi_s(\theta_m)}{dt} = \frac{d\Psi_s(\theta_m)}{d\theta_m} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$e(\theta_m, \Omega_m) = - \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot L \cdot D^3 \cdot I_r \cdot N'_{r1, \max} \cdot N'_{s, \max}}{8 \cdot \delta} \cdot \Omega_m \cdot \sin(\theta_m).$$

d)

Određivanje međusobne induktivnosti između statorskog i rotorskog namotaja koji definisani slikama 6.3 i 6.1, respektivno.

Međusobna induktivnost između statorskog i rotorskog namotaja se određuje kao količnik fluksa namotaja statora koji stvara rotorsko polje i rotorske struje, tj. :

$$L_{sr}(\theta_m) = \frac{\Psi_s(\theta_m)}{I_r}$$

Koristeći izraz za ukupni fluks statorskog namotaja $\Psi_s(\theta_m)$, koji se javlja kao posledica rotorske struje, pri čemu je $\Psi_s(\theta_m)$ izračunat u tački c2) dobija se:

$$L_{sr}(\theta_m) = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot L \cdot D^3 \cdot N'_{r1,\max} \cdot N'_{s,\max}}{8 \cdot \delta} \cdot \cos(\theta_m)$$