

## Rešenje drugog domaćeg zadatka TIP A

### 1. zadatak– rešenje

(knjiga, poglavlje 4.7, 4.8 , pitanje 4.1)

### 2. zadatak– rešenje

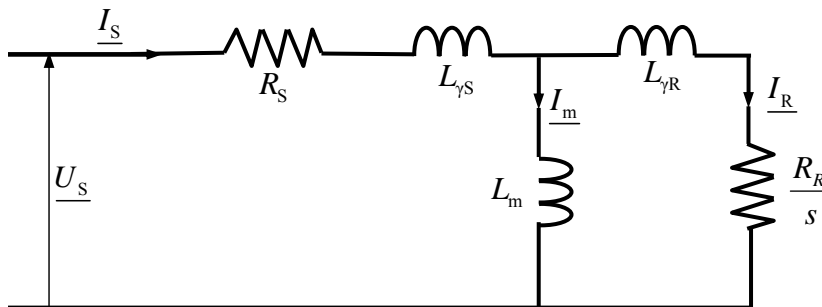
(knjiga, predavanja profesora Slobodana Vukosavić , pitanje 4.4)

### 3. zadatak– rešenje

(knjiga, pitanje 4.14)

### 4. zadatak– rešenje

U rešavanju zadatka koristi se zamenska šema asinhronog motora za ustaljena stanja:



Nominalna vrednost sinhronne brzine na osnovu poznate vrednosti nominalne frekvencije napajanja,  $f_{S,n}$ , se određuje kao:

$$n_{S,n} = f_{S,n} \cdot 60 = 3000 \frac{\text{ob}}{\text{min}}.$$

Nominalna vrednost sinhronne brzine u rad/s ima vrednost:

$$\Omega_{S,n} = n_{S,n} \cdot \frac{\pi}{30} = 314.16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Pošto je mašina dvopolna ( $p=1$ ) važi sledeća relacija:

$$\Omega_{S,n} = \omega_{S,n}$$

a)

Elektromagnetski moment se određuje prema relaciji:

$$M_{em} = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s} \cdot I_R^2,$$

pri čemu  $I_R$  predstavlja efektivnu vrednost rotorske struje.

Da bi se odredio polazni i prevalni moment u motornom režimu rada, potrebno je odrediti odgovarajuću relativno klizanje  $s$  i efektivnu vrednost rotorske struje za date režime rada.

#### Određivanje relativnog klizanja date režime rada:

- Polazno klizanje:

$$s_{pol} = 1.$$

- Relativno klizanje koje odgovara prevalnom momentu u motornom režimu rada se određuje prema sledećem izrazu:

$$s_{pr} = \frac{R_R}{X_{\gamma e}},$$

pri čemu je  $X_{\gamma e} = \omega_{s,n} \cdot L_{\gamma e}$  ekvivalentna reaktansa rasipanja asinhronne mašine.

$L_{\gamma e}$  predstavlja ekvivalentnu rasipnu induktivnost asinhronne mašine i određuje se kao:

$$L_{\gamma e} = \frac{L_S \cdot L_R - L_m^2}{L_R},$$

pri čemu su  $L_S = L_{\gamma,S} + L_m$  i  $L_R = L_{\gamma,R} + L_m$  ukupne induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja, respektivno.

Uvrštavanjem poznatih rasipnih induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja kao i induktivnosti magnetizacije, dobijaju se sledeće numeričke vrednosti :

$$L_{\gamma e} = 17.22mH, X_{\gamma e} = 5.41\Omega, s_{pr} = 0.4251.$$

### Određivanje efektivne vrednosti rotorske struje za date režime rada:

Da bi se odredila efektivna vrednost rotorske struje, potrebno je odrediti njenu kompleksnu vrednost. Posto nije zanemarena struja magnetizacije, prvo se treba odrediti kompleksna vrednost statorske struje i na osnovu nje koristeći obrazac za strujni razdelnik, izračunati kompleksna vrednost struje rotora.

Da bi se izračunala kompleksna vrednost statorske struje, prema izrazu  $I_S = \frac{U_n}{Z_{ul}}$ , potrebno je izračunati ulaznu kompleksnu impedansu za dati radni režim:

$$\underline{Z}_{ul} = R_S + j\omega_{s,n} \cdot L_{\gamma,S} + \frac{j\omega_{s,n} \cdot L_m \cdot \left( \frac{R_R}{s} + j\omega_S \cdot L_{\gamma,R} \right)}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{s,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})}.$$

- Ulazna kompleksnu impedansa za režim polaska:

$$\underline{Z}_{ul,pol} = \underline{Z}_{ul}(s = s_{pol}) = 3.9097 + j5.5446$$

- Ulazna kompleksnu impedansa za režim prevalnog momenta u motornom režimu rada:

$$\underline{Z}_{ul,pr} = \underline{Z}_{ul}(s = s_{pr}) = 6.3938 + j6.1378$$

- Kompleksna vrednost statorske struje za režim polaska:

$$I_{S,pol} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul,pol}} = (18.6869 - j26.5014) A$$

- Kompleksna vrednost statorske struje za režim prevalnog momenta u motornom režimu rada:

$$I_{S,pr} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul,pr}} = (17.9069 - j17.1897) A$$

Obrazac za strujni razdelnik na osnovu kojeg se određuje kompleksna vrednost rotorske struje ima sledeći oblik:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_S \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})}$$

- Kompleksna vrednost rotorske struje za režim polaska:

$$\underline{I}_{R,pol} = \underline{I}_{S,pol} \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s_{pol}} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})} = (18.6814 - j22.8929) A$$

- Kompleksna vrednost rotorske struje za režim prevalnog momenta u motornom režimu rada:

$$\underline{I}_{R,pr} = \underline{I}_{S,pr} \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s_{pr}} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})} = (18.4514 - j12.6468) A$$

- Efektivna vrednost rotorske struje za režim polaska:

$$I_{R,pol} = 29.5479 A$$

- Efektivna vrednost rotorske struje za režim prevalnog momenta u motornom režimu rada:

$$I_{R,pr} = 22.3695 A$$

Na osnovu poznatih vrednosti relativnih klizanja i efektivnih vrednosti rotorskih struja za date režime rada mogu se odrediti odgovarajući elektromagnetski momenti:

- Polazni moment:

$$M_{pol} = M_{em} (s = s_{pol}) = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s_{pol}} \cdot I_{R,pol}^2 = 19.1757 Nm$$

- Prevalni moment u motornom režimu rada:

$$M_{pr} = M_{em} (s = s_{pr}) = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s_{pr}} \cdot I_{R,pr}^2 = 25.8522 Nm$$

b)

Kod dvopolnih asinhronih mašina, kružna učestanost rotorske struje je jednaka vrednosti ugaone brzine klizanja  $\Omega_k$ , koja se definiše kao razlika brzine obrtnog polja u mašini i brzine rotora:

$$\omega_k = \Omega_k = \Omega_{S,n} - \Omega_m = \Omega_{S,n} - (1-s) \cdot \Omega_{S,n} = s \cdot \Omega_{S,n} = s \cdot \omega_{S,n}$$

Međutim, frekvencija rotorske struje  $f_k$  ne može imati negativne vrednosti, pa se definiše kao:

$$f_k = \frac{|\omega_k|}{2\pi} = \frac{|s \cdot \omega_{S,n}|}{2\pi} = f_{S,n} \cdot |s|$$

Frekvencija rotorske struje za nominalno napajan motor za radne režime će biti:

- $f_k = f_{S,n} \cdot s_{pol} = 50 Hz$  pri polasku,
- $f_k = f_{S,n} \cdot s_{pr} = 21.2562 Hz$  pri prevalnom momentu za motorni režim rada.

c)

- Efektivna vrednost statorske struje za režim polaska:

$$I_{S,pol} = 32.4272A$$

- Efektivna vrednost statorske struje za režim prevalnog momenta u motornom režimu rada:

$$I_{S,pr} = 24.8222A$$

## 5. zadatak– rešenje

Radni režim mašine je definisana strujom statora čija je efektivna vrednost jednaka 8A pri čemu se struja magnetizacija može zanemariti.

### Određivanje brzine obrtanja rotora $n_m$ [o/min]:

Brzina obrtanja rotora asinhronne mašine se definiše prema sledećem izrazu:

$$n_m = (1-s) \cdot n_{S,n}$$

Da bi se odredila brzina obrtanja  $n_m$  potrebno je odrediti relativni klizanje  $s$  koje odgovara efektivnoj vrednosti statorske struje  $I_S=8A$ .

Pošto je zanemarena struja magnetizacija, efektivna vrednost statorske struje jednaka je efektivnoj vrednosti rotorske struje, tj. važi  $I_S= I_R$ . Za nominalno napajanje motor efektivna vrednost statorske struje se računa kao:

$$I_S = \frac{U_n}{\sqrt{\left(R_S + \frac{R_R}{s}\right)^2 + \left(\omega_{S,n} \cdot (L_{\gamma,S} + L_{\gamma,R})\right)^2}}$$

Iz gornje jednakosti relativno klizanje  $s$  se određuje kao:

$$s = \frac{R_R}{\sqrt{\left(\frac{U_n}{I_S}\right)^2 - \left(\omega_{S,n} \cdot (L_{\gamma,S} + L_{\gamma,R})\right)^2} - R_S} = 0.0923$$

Brzina obrtanja rotora je:

$$n_m = (1-0.0923) \cdot 3000 = 2723.1 \frac{ob}{min}$$

Stepen korisnog dejstva predstavlja količnik izlazne mehaničke snage koja se ima na vratilu mašine,  $P_{meh}$ , i ulazne električne snage,  $P_e$ .

$$\eta = \frac{P_{meh}}{P_e}$$

U skladu sa zanemarenjima učinjenim u zadatku (zanemareni gubici u gvožđu i mehaničkom podsystemu) može se konstatovati da je izlazna mehanička snaga jednaka snazi elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{mR}$ :

$$P_{meh} = P_{mR} = (1-s) \cdot P_{ob}$$

pri čemu je  $P_{ob}$  je snaga obrtnog magnetskog polja.

Snaga obrtnog magnetskog polja  $P_{ob}$  se određuje kao

$$P_{ob} = 3 \cdot \frac{R_R}{s} \cdot I_R^2$$

Ulazna električna snaga  $P_e$  se određuje kao:

$$P_e = P_{cu}^s + P_{ob},$$

pri čemu je  $P_{cu}^s$  snaga gubitaka u statorskom namotaju

Snaga gubitaka u statorskom namotaju  $P_{cu}^s$  se određuje kao:

$$P_{cu}^s = 3 \cdot R_S \cdot I_S^2$$

Zamenom poznatih vrednosti u gornje jednakosti dobijaju se sledeći numerički rezultati:

$$P_{ob} = 4784.4W, P_{meh} = 4342.8W, P_{cu}^s = 384W, P_e = 5168.4W$$

Stepen korisnog dejstva asinhronog motora za dati režim rada je:

$$\eta = 0.84$$

## Rešenje drugog domaćeg zadatka TIP B

### 1. zadatak– rešenje

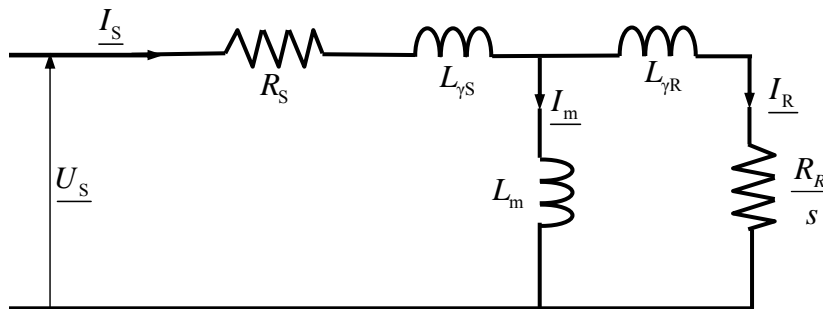
(knjiga, poglavlje 4.39)

### 2. zadatak– rešenje

(knjiga, poglavlje 4.44)

### 3. zadatak– rešenje

U rešavanju zadatka koristi se zamenska šema asinhronog motora za ustaljena stanja:



Nominalna vrednost sinhronne brzine na osnovu poznate vrednosti nominalne frekvencije napajanja,  $f_{S,n}$ , se određuje kao:

$$n_{S,n} = f_{S,n} \cdot 60 = 3000 \frac{\text{ob}}{\text{min}}.$$

Nominalna vrednost sinhronne brzine u rad/s ima vrednost:

$$\Omega_{S,n} = n_{S,n} \cdot \frac{\pi}{30} = 314.16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Pošto je mašina dvopolna ( $p=1$ ) važi sledeća relacija:

$$\Omega_{S,n} = \omega_{S,n}$$

a)

Elektromagnetski moment se određuje prema relaciji:

$$M_{em} = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s} \cdot I_R^2,$$

pri čemu  $I_R$  predstavlja efektivnu vrednost rotorske struje.

Da bi se odredio polazni i prevalni moment u generatorskom režimu rada, potrebno je odrediti odgovarajuću relativno klizanje  $s$  i efektivnu vrednost rotorske struje za date režime rada.

### Određivanje relativnog klizanja date režime rada:

- Polazno klizanje:

$$s_{pol} = -1.$$

- Relativno klizanje koje odgovara prevalnom momentu u generatorskom režimu rada se određuje prema sledećem izrazu:

$$s_{pr} = -\frac{R_R}{X_{\gamma e}},$$

pri čemu je  $X_{\gamma e} = \omega_{s,n} \cdot L_{\gamma e}$  ekvivalentna reaktansa rasipanja asinhronne mašine.

$L_{\gamma e}$  predstavlja ekvivalentnu rasipnu induktivnost asinhronne mašine i određuje se kao:

$$L_{\gamma e} = \frac{L_S \cdot L_R - L_m^2}{L_R},$$

pri čemu su  $L_S = L_{\gamma,S} + L_m$  i  $L_R = L_{\gamma,R} + L_m$  ukupne induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja, respektivno.

Uvrštavanjem poznatih rasipnih induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja kao i induktivnosti magnetizacije, dobijaju se sledeće numeričke vrednosti :

$$L_{\gamma e} = 16.3mH, X_{\gamma e} = 5.1103\Omega, s_{pr} = -0.4109.$$

### Određivanje efektivne vrednosti rotorske struje za date režime rada:

Da bi se odredila efektivna vrednost rotorske struje, potrebno je odrediti njenu kompleksnu vrednost. Posto nije zanemarena struja magnetizacije, prvo se treba odrediti kompleksna vrednost statorske struje i na osnovu nje koristeći obrazac za strujni razdelnik, izračunati kompleksna vrednost struje rotora.

Da bi se izračunala kompleksna vrednost statorske struje, prema izrazu  $\underline{I}_S = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul}}$ , potrebno je

izračunati ulaznu kompleksnu impedansu za dati radni režim:

$$\underline{Z}_{ul} = R_S + j\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma,S} + \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m \cdot \left( \frac{R_R}{s} + j\omega_S \cdot L_{\gamma,R} \right)}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})}.$$

- Ulazna kompleksna impedansa za režim polaska:

$$\underline{Z}_{ul,pol} = \underline{Z}_{ul}(s = s_{pol}) = 0.0548 + j5.2287$$

- Ulazna kompleksna impedansa za režim prevalnog momenta u generatorskom režimu rada:

$$\underline{Z}_{ul,pr} = \underline{Z}_{ul}(s = s_{pr}) = -2.3531 + j5.7961$$

- Kompleksna vrednost statorske struje za režim polaska:

$$\underline{I}_{S,pol} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul,pol}} = (0.4412 - j42.0708) A$$

- Kompleksna vrednost statorske struje za režim prevalnog momenta u generatorskom režimu rada:

$$\underline{I}_{S,pr} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul,pr}} = (-13.2290 - j32.5857) A$$

Obrazac za strujni razdelnik na osnovu kojeg se određuje kompleksna vrednost rotorske struje ima sledeći oblik:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_S \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})}$$

- Kompleksna vrednost rotorske struje za režim polaska:

$$\underline{I}_{R,pol} = \underline{I}_{S,pol} \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s_{pol}} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})} = (-2.1954 - j38.2914) A$$

- Kompleksna vrednost rotorske struje za režim prevalnog momenta u generatorskom režimu rada:

$$\underline{I}_{R,pr} = \underline{I}_{S,pr} \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s_{pr}} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma,R})} = (-16.5529 - j27.0402) A$$

- Efektivna vrednost rotorske struje za režim polaska:

$$I_{R,pol} = 38.3542 A$$

- Efektivna vrednost rotorske struje za režim prevalnog momenta u generatorskom režimu rada:

$$I_{R,pr} = 31.7044 A$$

Na osnovu poznatih vrednosti relativnih klizanja i efektivnih vrednosti rotorskih struja za date režime rada mogu se odrediti odgovarajući elektromagnetski momenti:

- Polazni moment:

$$M_{pol} = M_{em}(s = s_{pol}) = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s_{pol}} \cdot I_{R,pol}^2 = -29.4997 Nm$$

- Prevalni moment u generatorskom režimu rada:

$$M_{pr} = M_{em}(s = s_{pr}) = \frac{3}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s_{pr}} \cdot I_{R,pr}^2 = -49.0519 Nm$$

b)

Kod dvopolnih asinhronih mašina, kružna učestanost rotorske struje je jednaka vrednosti ugaone brzine klizanja  $\Omega_k$ , koja se definiše kao razlika brzine obrtnog polja u mašini i brzine rotora:

$$\omega_k = \Omega_k = \Omega_{S,n} - \Omega_m = \Omega_{S,n} - (1-s) \cdot \Omega_{S,n} = s \cdot \Omega_{S,n} = s \cdot \omega_{S,n}.$$

Međutim, frekvencija rotorske struje  $f_k$  ne može imati negativne vrednosti, pa se definiše kao:

$$f_k = \frac{|\omega_k|}{2\pi} = \frac{|s \cdot \omega_{S,n}|}{2\pi} = f_{S,n} \cdot |s|.$$

Frekvencija rotorske struje za nominalno napajan motor za radne režime će biti:

- $f_k = f_{S,n} \cdot |s_{pol}| = 50 \text{ Hz}$  pri polasku,
- $f_k = f_{S,n} \cdot |s_{pr}| = 20.5469 \text{ Hz}$  pri prevalnom momentu za generatorski režim rada.

c)

- Efektivna vrednost statorske struje za režim polaska:

$$I_{S,pol} = 42.0731 \text{ A}$$

- Efektivna vrednost statorske struje za režim prevalnog momenta u generatorskom režimu rada:

$$I_{S,pr} = 35.1687 \text{ A}$$

#### 4. zadatak– rešenje

Radni režim mašine je definisana brzinom obrtanja rotora  $n_m=3090$ o/min pri čemu se struja magnetizacije može zanemariti.

Stepen korisnog dejstva predstavlja količnik izlazne mehaničke snage koja se ima na vratilu mašine,  $P_{meh}$ , i ulazne električne snage,  $P_e$ .

$$\eta = \frac{P_{meh}}{P_e}$$

U skladu sa zanemarenjima učinjenim u zadatku (zanemareni gubici u gvožđu i mehaničkom podsistemu) može se konstatovati da je izlazna mehanička snaga jednaka snazi elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{mR}$ :

$$P_{meh} = P_{mR} = (1-s) \cdot P_{ob},$$

pri čemu je  $P_{ob}$  je snaga obrtnog magnetskog polja.

Snaga obrtnog magnetskog polja  $P_{ob}$  se određuje kao

$$P_{ob} = 3 \cdot \frac{R_R}{s} \cdot I_R^2$$

Ulazna električna snaga  $P_e$  se određuje kao:

$$P_e = P_{cu}^s + P_{ob},$$

pri čemu je  $P_{cu}^s$  snaga gubitaka u statorskom namotaju

Snaga gubitaka u statorskom namotaju  $P_{cu}^s$  se određuje kao:



$$P_{cu}^s = 3 \cdot R_s \cdot I_s^2$$

Da bi odredili izlaznu mehaničku snagu koja se ima na vratilu mašine,  $P_{meh}$ , i ulaznu električnu snagu,  $P_e$ , potrebno je odrediti relativno klizanje  $s$ , efektivnu vrednost statorske  $I_s$  i efektivnu vrednost rotorske struje  $I_R$ .

Pošto je zanemarena struja magnetizacija, efektivna vrednost statorske struje jednaka je efektivnoj vrednosti rotorske struje, tj. važi  $I_s = I_R$ . Za nominalno napajanje motor efektivna vrednost statorske struje se računa kao:

$$I_s = \frac{U_n}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_R}{s}\right)^2 + \left(\omega_{s,n} \cdot (L_{\gamma,s} + L_{\gamma,R})\right)^2}}$$

Relativnog klizanja  $s$  za radni režim koji je definisan brzinom obrtanja rotora  $n_m = 3090 \text{ ob/min}$  je:

$$s = \frac{n_{s,n} - n_m}{n_{s,n}} = \frac{3000 - 3090}{3000} = -0.03$$

Zamenom izračunatog relativnog klizanja  $s$  i poznatih vrednosti u izrazu za efektivnu vrednost statorske struje dobija se:

$$I_s = 3.2160 \text{ A}$$

Pošto je  $I_s = I_R$  može da se odredi snaga obrtnog magnetskog polja za dati radni režim:

$$P_{ob} = -2171.9 \text{ W}$$

Izlazna mehanička snaga  $P_{meh}$  jednaka je snazi elektromehaničkog pretvaranja,  $P_{mR}$  i iznosi:

$$P_{meh} = -2237.1 \text{ W}$$

Snaga gubitaka u statorskom namotaju je:

$$P_{cu}^s = 55.849 \text{ W}$$

Ulazna električna snaga je:

$$P_e = -2116.1 \text{ W}$$

Pošto su snaga elektromehaničkog pretvaranja i aktivna snaga mašine negativne, tj. manje od nule može se zaključiti da asinhrona mašina radi u generatorskom režimu rada.

Pretvaranje snage unutar mašine ima drugačiji smer u odnosu na motorni režim rada jer se sada mehanički rad pretvara u električnu energiju.

Stepen korisnog dejstva asinhronne mašine za generatorski režim rada se definiše kao:

$$\eta = \frac{P_e}{P_{meh}}$$

Zamenom izračunatih vrednosti u gornju jednakost dobija se:

$$\eta = 0.9459$$

## 5. zadatak – rešenje

(knjiga, pitanje 4.18)