

Električne mašine

Zadaci za rad na časovima računskih vežbi

AM

SM

Tekst sadrži 9 zadataka koji će se rešavati na časovima računskih vežbi u toku druge polovine kursa. Prvih 5 zadataka se odnosi na asinhronne mašine. Preostala 4 zadatka se odnose na sinhronne mašine.

Rešenja sadrže osvrt na potrebna teorijska znanja i digresije u kojima se produbljuju znanja o asinhronim i sinhronim mašinama. Osvrti i digresije ne predstavljaju deo rešenja.

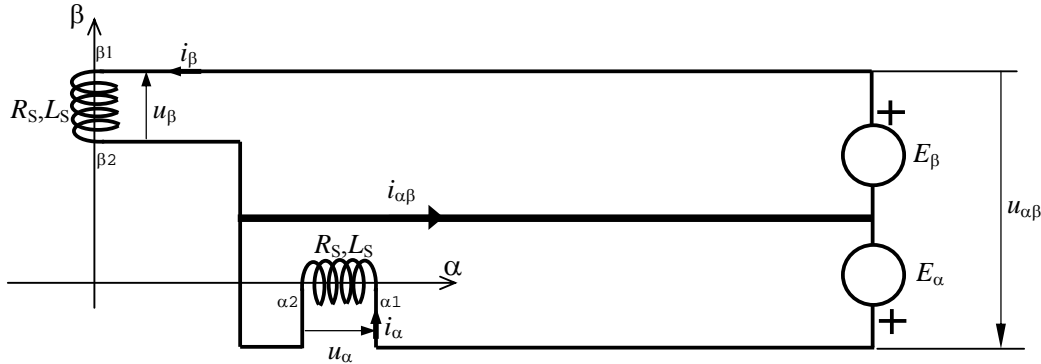
Za neke od zadataka, kraća rešenja će biti prikazana na času.

kontakt: masine.etf.rs, ddc@etf.rs, vukosavic.etf.rs

Asinhrona mašina

1. zadatak– rešenje

a)



Pošto je fluks statora u oba slučaja iste amplitude i obrće se istom brzinom, elektromotorna sila u jednom navojku je neizmenjena. Pošto je broj navojaka u svakoj od faza statorskog namotaja isti ($N_a=N_b=N_c=N_\alpha=N_\beta=100$), naponi u_{abc} i $u_{\alpha\beta}$ imaju jednake amplitude i jednake efektivne vrednosti.

Dvofazna mašina se može napajati tako što se krajevi faze α statorskog namotaja α_1, α_2 i krajevi faze β statorskog namotaja β_1, β_2 vezuju zasebnim provodnicima za nezavisne naponske izvore E_α i E_β . U tom slučaju su potrebna 4 provodnika.

Dva povratna voda α_2 i β_2 se mogu spojiti u jedan. Tada se broj provodnika smanjuje za jedan, ali je struja povratnog voda za $\sqrt{2}$ puta veća od slučaja kada postoje 4 provodnika.

b)

Kod dvofazne mašine koja ima isti broj navojaka kao trofazna i koja treba da ima istu magnetopobudnu silu, efektivne vrednosti struja $I_{\alpha\beta}$ su 50% veće u odnosu na struje u abc domenu (tj. u odnosu na struje originalne mašine),

$$I_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} \cdot I_n = 15 A.$$

Pošto se rotor mašine obrće istom brzinom, frekvencija napajanja asinhronog motora jednaka je nominalnoj: $f_s=f_{s,n}=50$ Hz. Uz jednaku vrednost magnetopobudne sile, fluks u jednom navojku dvofaznog ekvivalenta jednak je fluksu u jednom navojku trofazne mašine. Budući da elektromotorna sila u jednom navojku zavisi od proizvoda fluksa i učestanosti, zaključuje se da su u oba slučaja elektromotorne sile u jednom navoku jednake. Uz nepromenjene vrednosti elektromotorne sile u jednom navojku, pri čemu je $N_a=N_b=N_c=N_\alpha=N_\beta=100$, zaključuje se da su elektromotorne sile i naponi u namotajima takođe jednaki. Zbog toga je $E_{\alpha,rms}=E_{\beta,rms}=U_n=230V$. Dakle, Efektivne vrednosti napona nezavisnih naponskih izvora su:

$$E_{\alpha,rms} = E_{\beta,rms} = U_n = 230V.$$

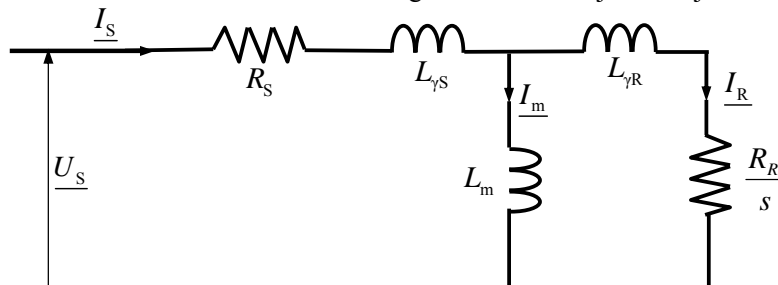
Dakle, trenutne vrednosti struja i faznih napona pojedinih faza dvofazne mašine su:

$$E_\alpha(t) = 230\sqrt{2} \cos(100\pi t) \quad [V] \quad E_\beta(t) = 230\sqrt{2} \sin(100\pi t) \quad [V]$$

$$i_\alpha(t) = 15\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi_i) \quad [A] \quad i_\beta(t) = 15\sqrt{2} \sin(100\pi t - \varphi_i) \quad [A]$$

2. zadatak– rešenje

U rešavanju zadatka koristi se zamenska šema asinhronog motora za ustaljena stanja:



Vrednost sinhronne brzine, n_s , je povezana sa frekvencijom napajanja, f_s , preko sledeće relacije:

$$n_s = f_s \cdot 60.$$

Zamenom u prethodni izraz nominalnu frekvenciju napajanja, $f_{s,n}$, moguće je izračunati nominalnu vrednost sinhronne brzine:

$$n_{s,n} = f_{s,n} \cdot 60 = 3000 \frac{\text{ob}}{\text{min}}.$$

Takođe se brzina može izraziti i u rad/s:

$$\Omega_{s,n} = n_{s,n} \cdot \frac{\pi}{30} = 314.16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

a)

Koristeći podatke o nominalnoj vrednosti sinhronne brzine ($n_{s,n}=3000$ ob/min) i brzini motora ($n_m = 2850$ ob/min) koja se ima u traženom radnom režimu, može se izračunati relativno klizanje:

$$s = \frac{\Omega_{s,n} - \Omega_m}{\Omega_{s,n}} = \frac{n_{s,n} - n_m}{n_{s,n}} = 0.05 = 5\%.$$

b)

Brzina klizanja predstavlja razliku sinhronne brzine (Ω_s) i ugaone brzine obrtanja rotora asinhronog motora. Za radni režim opisan u zadatku:

$$\Omega_k = \Omega_s - \Omega_m = \Omega_{s,n} - n_m \cdot \frac{\pi}{30} = 15.71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Ta vrednost se može izraziti i u ob/min:

$$n_k = \Omega_k \cdot \frac{30}{\pi} = 150 \frac{\text{ob}}{\text{min}}.$$

Kod dvopolnog motora ($p=1$), kružna učestanost rotorske struje je jednaka vrednosti ugaone brzine klizanja:

$$\omega_k = \Omega_k = 15.71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Digresija:

Kod dvopolnih mašina ($p=1$) izjednačavaju se vrednosti sledećih veličina:

- kružna učestanost napajanja (ω_s) = sinhrona brzina (Ω_s)
- učestanost rotorskih struja (ω_k) = ugaona brzina klizanja (Ω_k)
- električna rotorska brzina (ω_m) = mehanička ugaona brzina (Ω_m)

Kraj digresije.

c)

Da bi se izračunala statorska struja, potrebno je izračunati ulaznu kompleksnu impedansu za dati radni režim:

$$\underline{Z}_{ul} = R_S + j\omega_{s,n} \cdot L_{\gamma S} + \frac{j\omega_{s,n} \cdot L_m \cdot \left(\frac{R_R}{s} + j\omega_s \cdot L_{\gamma R} \right)}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{s,n} \cdot (L_m + L_{\gamma R})} \Bigg|_{s=0.05} = (3.9636 + j2.3166) \Omega.$$

Kompleksna vrednost statorske struje za dati režim rada je:

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{\underline{Z}_{ul}} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{ul}} = (41.3723 - j24.1803) \text{ A}.$$

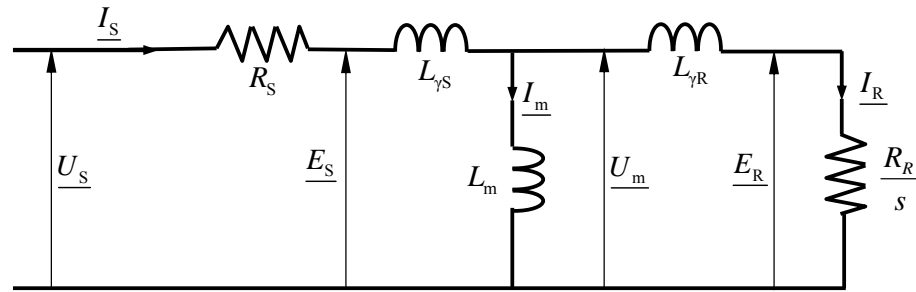
Primenom obrasca za strujni razdelnik, izračunava se kompleksna vrednost struje rotora:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_S \cdot \frac{j\omega_{s,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{s,n} \cdot (L_m + L_{\gamma R})} = (42.4211 - j18.2321) \text{ A} \Rightarrow I_R = |\underline{I}_R| = 46.1731 \text{ A}.$$

$$\underline{I}_m = \underline{I}_S - \underline{I}_R = (-1.0487 - j5.9482) \text{ A}$$

d)

Da bi se izračunali ovi fluksevi, najpre treba odrediti kompleksnu vrednost indukovane elektromotorne sile statora, \underline{E}_S , napon na grani magnetisanja, \underline{U}_m , i indukovanu elektromotornu silu rotora, \underline{E}_R :



$$\underline{E}_S = \underline{U}_S - R_S \cdot \underline{I}_S = (209.66 + j6.0451) \text{ V},$$

$$\underline{U}_m = \underline{E}_S - j\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma S} \cdot \underline{I}_S = (186.87 - j32.947) \text{ V},$$

$$\underline{E}_R = \frac{R_R}{s} \cdot \underline{I}_R = (169.68 - j72.928) \text{ V}.$$

Fluks se izračunava integracijom odgovarajuće elektromotorne sile. U stacionarnom stanju, posmatrano u kompleksnom domenu, integracija predstavlja deljenje kompleksnog napona sa kompleksnim članom ($j\omega_S$):

$$\underline{\Psi}_S = \frac{\underline{E}_S}{j\omega_{S,n}} = (0.0192 - j0.6674) \text{ Wb} \Rightarrow \Psi_S = |\underline{\Psi}_S| = 0.6676 \text{ Wb}, \quad \angle \underline{\Psi}_S = -88.3484^\circ,$$

$$\underline{\Psi}_m = \frac{\underline{U}_m}{j\omega_{S,n}} = (-0.1049 - j0.5948) \text{ Wb} \Rightarrow \Psi_m = |\underline{\Psi}_m| = 0.604 \text{ Wb}, \quad \angle \underline{\Psi}_m = -99.9993^\circ,$$

$$\underline{\Psi}_R = \frac{\underline{E}_R}{j\omega_{S,n}} = (-0.2321 - j0.5401) \text{ Wb} \Rightarrow \Psi_R = |\underline{\Psi}_R| = 0.5879 \text{ Wb}, \quad \angle \underline{\Psi}_R = -113.2575^\circ.$$

Usled postojanja rasipnog fluksa, u motornom režimu rada se ima:

$$\Psi_S > \Psi_m > \Psi_R,$$

$$\angle \underline{\Psi}_S > \angle \underline{\Psi}_m > \angle \underline{\Psi}_R.$$

e)

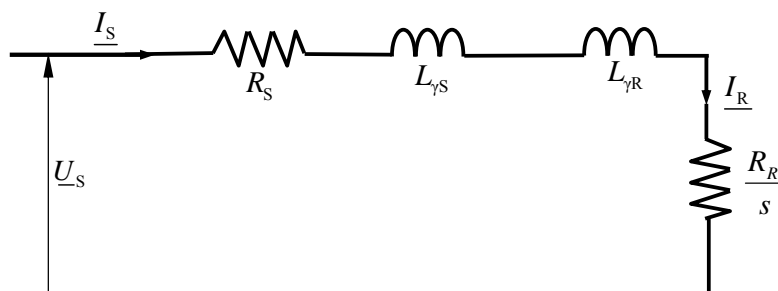
Elektromagnetski moment (moment elektromehaničkog pretvaranja):

$$M_{em} = \frac{P_{meh}}{\Omega_m} = \frac{P_{ob}}{\omega_{S,n}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{I_{R,dq}^2}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s} = 3 \cdot \frac{I_R^2}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s} = 81.4347 \text{ Nm}.$$

3. zadatak– rešenje

a)

U rešavanju zadatka koristi se zamenska šema asinhronog motora za ustaljena stanja, uz zanemarenje struje magnetisanja:



Kada se u zadatku navede da je asinhroni motor nominalno napajan, to podrazumeva sledeće:

$$U_S = U_n, f_S = f_{S,n}.$$

Stoga je:

$$M_{\text{pol}} = M_{\text{em}}(s=1, L_m \rightarrow \infty) = \frac{P_{\text{ob}}(s=1, L_m \rightarrow \infty)}{\omega_{S,n}} = 3 \cdot \frac{I_R^2}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{1} = 3 \cdot \frac{R_R}{1} \cdot \frac{1}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{U_S^2}{(R_S + R_R)^2 + \omega_{S,n}^2 \cdot (L_{\gamma S} + L_{\gamma R})^2} = 5.26 \text{ Nm.}$$

b)

Relativna vrednost prevalnog klizanja se određuje kao vrednost relativnog klizanja $s=s_{\text{pr}}$, pri kome se postiže maksimum mehaničke karakteristike (prevalni moment), $s_{\text{pr}} = \pm R_R/X_{\gamma e}$. Kako je $L_{\gamma e} = (L_S L_R - L_m^2)/L_R \cong L_{\gamma S} + L_{\gamma R}$ (uz pretpostavku da je L_m jako veliko) $X_{\gamma e} = 20.67 \Omega$, pa je $s_{\text{pr}} = \pm 0.607$.

Kako se u zadatku traži prevalni moment u motornom režimu rad, uzima se pozitivna vrednost prevalnog klizanja:

$$M_{\text{pr}} = M_{\text{em}}(s = s_{\text{pr}}, L_m \rightarrow \infty, R_S = 0) = 3 \cdot \frac{R_R}{s_{\text{pr}}} \cdot \frac{1}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{s_{\text{pr}}}\right)^2 + \omega_{S,n}^2 \cdot (L_{\gamma S} + L_{\gamma R})^2} = 3 \cdot \frac{U_n^2}{\omega_{S,n}^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot (L_{\gamma S} + L_{\gamma R})} = 11.18 \text{ Nm.}$$

c)

Ponavlja se procedura učinjena u tačkama c) i e) 2. zadatka:

Najpre se računa ulazna impedansa, koristeći podatak o relativnom klizanju izračunatom u tački b) ovog zadatka:

$$\underline{Z}_{\text{ul}}(s = s_{\text{pr}}) = R_S + j\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma S} + \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m \cdot \left(\frac{R_R}{s_{\text{pr}}} + j\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma R}\right)}{\frac{R_R}{s_{\text{pr}}} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma R})} = (33.1818 + j21.6591) \Omega$$

Statorska struja se izračunava kao:

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_S}{\underline{Z}_{\text{ul}}} = \frac{U_n}{\underline{Z}_{\text{ul}}} = (4.6492 - j3.0348) \text{ A,}$$

a primenom obrasca za strujni razdelnik, izračunava se vrednost struje rotora:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_S \cdot \frac{j\omega_{S,n} \cdot L_m}{\frac{R_R}{s} + j\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma R})} = (4.7074 - j2.2969) \text{ A} \Rightarrow I_R = |\underline{I}_R| = 5.4252 \text{ A.}$$

Konačno, traženi elektromagnetski moment je:

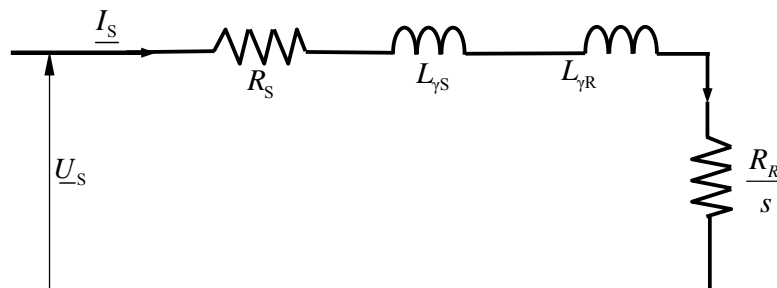
$$M_{\text{pr,m,T}} = 3 \cdot \frac{I_R^2}{\omega_{S,n}} \cdot \frac{R_R}{s_{\text{pr}}} = 5.81 \text{ Nm.}$$

Uvažavanje nenulte vrednosti struje magnetisanja i otpornosti statorskog namotaja neminovno dovodi do smanjenja izračunatih vrednosti svih momenata u motornom režimu rada. Naime, njihovo uključivanje u proračun smanjuje za izvestan iznos efektivnu vrednost struje rotora, a time i moment. Izvesna nedoslednost u proračunu u ovoj tački se ogleda u tome što je nova vrednost prevalnog momenta izračunata pri vrednosti relativnog klizanja koja je određena u analizi u kojoj su grana magnetisanja i otpornost statora bili isključeni iz proračuna. Uvođenjem grane magnetisanja u proračun, dovodi do promene i relativnog klizanja pri kom se ostvaruje maksimum mehaničke karakteristike.

4. zadatak– rešenje

a)

Zanemarenjem struje magnetisanja, zamenska šema za ustaljena stanja, na kojoj će biti bazirano rešavanje zadatka, ima izgled:



Nominalna vrednost relativnog klizanja iznosi:

$$s_n = \frac{\Omega_{S,n} - \Omega_n}{\Omega_{S,n}} = \frac{\omega_{S,n} - \Omega_n}{\omega_{S,n}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} - n_n \cdot \frac{\pi}{30}}{2\pi f_{S,n}} = 0.14 [\text{p.u.}]$$

Nominalna vrednost snage gubitaka u mašini je:

$$P_{\gamma,n} = 3 \cdot (R_S + R_R) \cdot I_n^2 = 3 \cdot (R_S + R_R) \cdot \frac{U_n^2}{\left(R_S + \frac{R_R}{s_n}\right)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot (L_{\gamma S} + L_{\gamma R})\right)^2} = 341.4 \text{ W}$$

b)

Dijagram toka snage za asinhroni motor je dat na slici pored. Koristeći podatak o vrednosti polaznog momenta koji je izračunat u 2. zadatku, moguće je odrediti vrednost snage obrtnog magnetnog polja u režimu polaska:

$$P_{ob}(s=1) = M_{pol} \cdot \Omega_S = M_{pol} \cdot \omega_S = 1652 \text{ W}$$

Kako je vrednost relativnog klizanja $s=1$, snaga koja disipira na otporniku R_R (čime modelujemo gubitke u namotaju rotora) jednaka je snazi koja disipira na "otporniku" R_R/s (čime se modeluje snaga koja se predaje od statora rotoru, tj. snaga obrtnog polja):

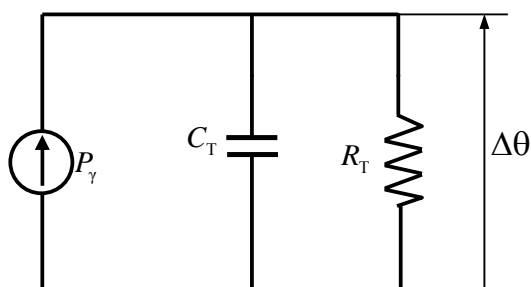
$$s=1 \rightarrow P_{Cu}^{rot}(s=1) = 3 \cdot R_R \cdot I_R^2 = 3 \cdot R_R \cdot \frac{U_n^2}{(R_S + R_R)^2 + \omega_{S,n}^2 \cdot (L_{\gamma S} + L_{\gamma R})^2} = P_{ob}(s=1) = 1652 \text{ W}$$

Ovo je očekivani rezultat, s obzirom da je, usled mirovanja rotora, snaga elektomehaničkog pretvaranja, P_{mR} , jednaka nuli. Snaga gubitaka u celoj mašini predstavljaju zbir snage gubitaka u statorskom i rotorskom namotaju:

$$P_{\gamma}(s=1) = P_{Cu}^{stat}(s=1) + P_{Cu}^{rot}(s=1) = 3 \cdot (R_S + R_R) \cdot I_R^2 = 3 \cdot R_R \cdot \left(1 + \frac{R_S}{R_R}\right) \cdot I_R^2 = \left(1 + \frac{R_S}{R_R}\right) \cdot P_{\gamma,R} = 3421 \text{ W}$$

c)

U motoru postoji snaga gubitaka P_{γ} koji dovode do povećanja temperature motora. Ako se pretpostavi da se motor u termičkom pogledu ponaša kao homogeno telo, on se po pitanju zagrevanja može modelovati modelom sistema 1. reda, kao što je prikazano na sledećoj slici:



Na prethodnoj slici R_T predstavlja termičku otpornost motor-ambijent, $\Delta\theta$ predstavlja nadtemperaturu (razlika temperature motora i ambijenta: $\Delta\theta = \theta_{mot} - \theta_{amb}$), dok je C_T termička kapacitivnost motora u odnosu na ambijent.

Nastanak akcidentne situacije i generisanje gubitaka u namotajima za opisano kolo predstavlja pojavu pobude u obliku Hevisajdovog impulsa amplitude P_{γ} . U tom slučaju je promena temperature u vremenu opisana odzivom sistema 1. reda na pobudu tipa Hevisajdovog impulsa koji, uz uslov da motor polazi iz hladnog stanja, ima izraz:

$$\Delta\theta(t) = P_{\gamma} \cdot R_T \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right),$$

gde $T=R_T C_T$ vremenska konstanta zagrevanja motora.

Nominalna snaga gubitaka omogućuje da se odredi vrednost termičke otpornosti R_T . Naime, pri postojanju nominalne snage gubitaka u mašini, ona se posle dovoljno dugog vremena u takvim uslovima zagreje tačno do one temperature koja je za izolaciju namotaja mašine definisana kao maksimalno dozvoljena nadtemperatura:

$$\Delta\theta_{\max} = \Delta\theta(t \rightarrow \infty, P_\gamma = P_{\gamma,n}) = P_{\gamma,n} \cdot R_T \Rightarrow R_T = \frac{\Delta\theta_{\max}}{P_{\gamma,n}}$$

Promena nadtemperature u slučaju kada u mašini postoje gubici P_γ , različiti od $P_{\gamma,n}$, može se iskazati kao:

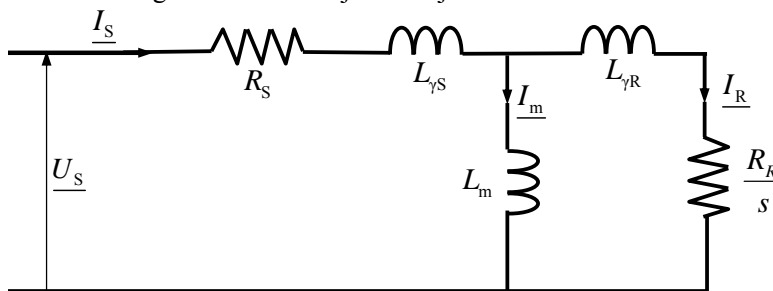
$$\Delta\theta(t) = P_\gamma \cdot \frac{\Delta\theta_{\max}}{P_{\gamma,n}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Ako se pogleda vrednost termogenih gubitaka koja se u mašini generiše u opisanom režimu u kome je rotor zaglavljen, uočava se da je ona višestruko veća od njihove nominalne vrednosti. Stoga opisani režim rada može da traje, a da pri tome ne dođe do trajnog oštećenja mašine, samo do onog trenutka u kom se rastuća vrednost nadtemperature ne izjednači sa maksimalno dozvoljenom nadtemperaturom koja je predefinisana za korišćeni statorski i rotorski namotaj. Vreme t_{\max} , koje je potrebno da se predefinisana nadtemperatura uspostavi, može odrediti na sledeći način:

$$\Delta\theta(t_{\max}) = \Delta\theta_{\max} \Rightarrow P_\gamma \cdot \frac{\Delta\theta_{\max}}{P_{\gamma,n}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{\max}}{T}}\right) = \Delta\theta_{\max} \Rightarrow t_{\max} = -T \cdot \ln\left(1 - \frac{P_{\gamma,n}}{P_\gamma}\right) = 0.964 \text{ min} = 57.8 \text{ s.}$$

5. zadatak– rešenje

Zamenska šema asinhronog motora za ustaljena stanja:



Nominalna vrednost sinhronne brzine, $n_{S,n}$, iznosi:

$$n_{S,n} = f_{S,n} \cdot 60 = 3000 \frac{\text{ob}}{\text{min}}$$

Takođe se brzina može izraziti i u rad/s:

$$\Omega_{S,n} = n_{S,n} \cdot \frac{\pi}{30} = 314.16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

a)

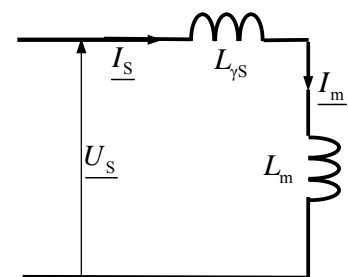
Koristeći podatke o nominalnoj brzini ($n_n = 2850 \text{ ob/min}$) i nominalnoj vrednosti sinhronne brzine ($n_{S,n} = 3000 \text{ o/min}$) može se izračunati nominalna vrednost relativnog klizanja za motorni režim rada:

$$s_n = \frac{n_{S,n} - n_n}{n_{S,n}} = 0.05$$

Induktivnost magnetisanja L_m moguće je izračunati na osnovu oglada praznog hoda ($s = 0$) koristeći izmerenu struju praznog hoda ($I_0 = 8 \text{ A}$) koja postoji u jednoj fazi statorskog namotaja nominalno napajanog ($U_S = U_n = U_{1,n} / \sqrt{3} = 220 \text{ V}$, $f_S = f_{S,n} = 50 \text{ Hz}$), neopterećenog asinhronog motora. Naime, kako vrednost R_R/s teži beskonačnosti, to se može konstatovati da je struja rotora u ogledu praznog hoda jednaka nuli, usled čega se izjednačavaju struje statora i struja magnetisanja. Stoga se zamenska šema transformiše u šemu koja je data na slici pored, odakle se izračunava vrednost L_m :

$$I_0 = \frac{U_n}{\omega_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma S})} \cong \frac{U_n}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_m} \Rightarrow L_m = \frac{U_n}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot I_0} = 87.5 \text{ mH}$$

Vrednost rotorske otpornosti R_R i ekvivalentne induktivnosti rasipanja $L_{\gamma e} = 2 \cdot L_{\gamma S} = 2 \cdot L_{\gamma R}$ moguće je izračunati na osnovu efektivne vrednosti polazne struje ($I_{\text{pol}} = 80 \text{ A}$) i efektivne vrednosti nominalne struje motora ($I_n = 16 \text{ A}$) koje se imaju pri nominalnom napajanju. Pri tom izračunavanju je zanemarena struja magnetisanja (pogledati tekst zadatka). Usled toga je opravdano i izjednačiti ekvivalentnu induktivnost rasipanja $L_{\gamma e}$ sa zbirom induktivnosti rasipanja statorskog i rotorskog namotaja ($L_{\gamma S} + L_{\gamma R}$).



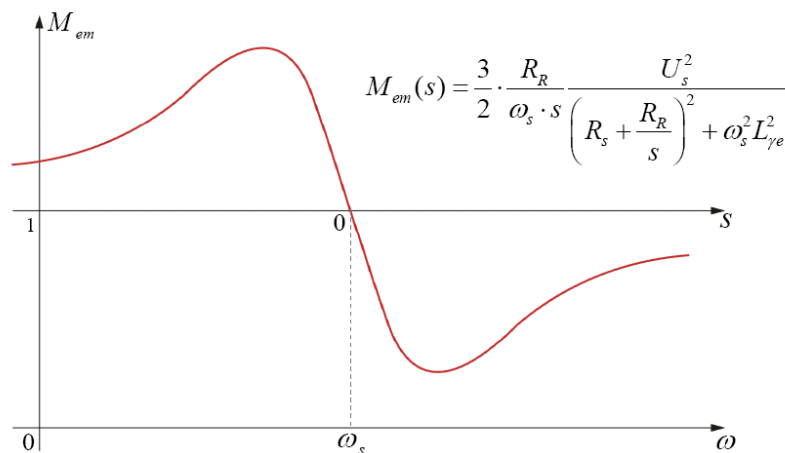
$$I_{\text{pol}} = \frac{U_n}{\sqrt{R_R^2 + (\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2}} \quad I_n = \frac{U_n}{\sqrt{\left(\frac{R_R}{s_n}\right)^2 + (\omega_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2}}$$

Rešavanjem ovog sistema dobija se:

$$R_R = U_n \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{I_n^2}{I_{\text{pol}}^2} - 1} - \frac{1}{s_n^2}} = 0.674 \, \Omega \quad L_{\gamma S} = L_{\gamma R} = \frac{L_{\gamma e}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_n}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{I_{\text{pol}}^2}{I_n^2} - 1} - \frac{s_n^2}{1 - s_n^2}} = 4.243 \, \text{mH}$$

b)

Na osnovu parametara zamenske šeme dobijenih u tački a) i uz zanemarenja struje magnetisanja izračunata je zavisnost elektromagnetskog momenta od brzine obrtanja rotora asinhronog motora. Ta zavisnost predstavlja mehaničku karakteristiku i prikazana je na slici ispod. Vrednost polaznog i prevalnog elektromagnetskog momenta se računa uz pretpostavku da je vrednost magnetizacione struje značajno manja od struje statora i rotora, što značajno pojednostavljuje račun.



Primititi da veličina U_s u izrazu za moment, izvedena na predavanjima, nakon primene Klarkine transformacije sa vodećim koeficijentom $k = 2/3$, predstavlja vršnu vrednost faznog napona statora, dakle, $U_s = 1.4142 \cdot U_n$. Primititi takodje da je $U_s^2 = 2 \cdot U_n^2$. Izraz za moment se, dakle, može iskazati tako da se faktor $3/2 \cdot U_s^2$ zameni faktorom $3 \cdot U_n^2$. Učestanost ω_s se može izraziti kao $2 \cdot \pi \cdot f_{s,\text{nom}}$, što izraz za moment svodi na oblik dat ispod grafika.

$$M_{\text{em}} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{s}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2} \cdot \frac{R_R}{s}$$

Rezultati će biti prikazani u obliku uređenih trojki $(M_{\text{em}}, \Omega_m, s)$.

Režim polaska:

$$M_{\text{pol}} = M_{\text{em}}(s=1) = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{1}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2} \cdot \frac{R_R}{1} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot I_{\text{pol}}^2 \cdot R_R = 41.2 \, \text{Nm}$$

Pri startovanju motora, uređena trojka ima vrednost:

$$(M_{\text{em}}, \Omega_m, s) = (41.2 \, \text{Nm}, 0 \, \text{rad/s}, 1)$$

Nominalni režim rada:

$$M_n = M_{em}(s = s_n) = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{s_n}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2} \cdot \frac{R_R}{s_n} = 32.95 \text{ Nm}.$$

Za režim rada koji odgovara nominalno napajanjem motoru uz nominalno opterećenje, uređena trojka ima vrednosti:

$$(M_{em}, \Omega_m, s) = (32.95 \text{ Nm}, 298.5 \text{ rad/s}, 0.05).$$

Prevalni moment u motornom režimu rada:

Određivanje prevalnog momenta u motornom režimu rada podrazumeva prethodno određivanje prevalnog klizanja (izraz je izveden na predavanjima):

$$s_{pr,mot} = \frac{R_R}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e}} = 0.253.$$

Prevalni moment u motornom režimu rada je:

$$M_{pr,mot} = M_{em}(s = s_{pr,mot}) = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{s_{pr,mot}}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2} \cdot \frac{R_R}{s_{pr,mot}} = 86.7 \text{ Nm}.$$

Prevalni moment u motornom režimu se postiže pri brzini rotora od:

$$\Omega_{m,pr,mot} = (1 - s_{pr,mot}) \cdot \Omega_{S,n} = 234.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Za režim rada koji odgovara nominalno napajanjem motoru pri maksimalnoj vrednosti momenta, uređena trojka ima vrednosti:

$$(M_{em}, \Omega_m, s) = (86.7 \text{ Nm}, 234.7 \text{ rad/s}, 0.253).$$

Prevalnom momentu u generatorskom režimu rada će odgovarati vrednost relativnog klizanja koja je po apsolutnoj vrednosti jednaka relativnoj vrednosti prevalnog klizanja koja se ima u motornom režimu rada, ali svojim negativnim predznakom ukazuje na to da se radi o brzinama većim od sinhrona:

$$s_{pr,gen} = -s_{pr,mot} = -\frac{R_R}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e}} = -0.253.$$

Kako je otpornost statora zanemariva, zaključuje se da su apsolutne vrednosti prevalnih momenata u motornom i u generatorskom režimu identične:

$$M_{pr,gen} = M_{em}(s = s_{pr,gen}) = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot f_{S,n}} \cdot \frac{U_n^2}{\left(\frac{R_R}{s_{pr,gen}}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma e})^2} \cdot \frac{R_R}{s_{pr,gen}} = -86.7 \text{ Nm}.$$

Prevalni moment u generatorskom režimu se postiže pri brzini rotora od:

$$\Omega_{m,pr,gen} = (1 - s_{pr,gen}) \cdot \Omega_{S,n} = 393.6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Za režim rada koji odgovara nominalno napajanjem motoru pri maksimalnoj vrednosti momenta u generatorskom režimu, uređena trojka ima vrednosti:

$$(M_{em}, \Omega_m, s) = (-86.7 \text{ Nm}, 393.6 \text{ rad/s}, -0.253).$$

c)

Faktor snage se može izračunati kao količnik realnog dela i modula ukupne impedanse koja se "vidi" sa statorskih priključaka asinhrona mašine. Nominalnu vrednost faktora snage dobijamo za relativno klizanje nominalne vrednosti i pri nominalnom napajanju na statorskim priključcima:

$$\underline{Z}_{ul,n} = j2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma S} + \frac{j2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_m \cdot \left(j2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot L_{\gamma R} + \frac{R_R}{s_n} \right)}{\frac{R_R}{s_n} + j2 \cdot \pi \cdot f_{S,n} \cdot (L_m + L_{\gamma R})} = (10,06 + j7,31) \Omega \Rightarrow Z_{S,n} = 12.44 \Omega.$$

Faktor snage za nominalni režim rada je:

$$\cos(\varphi_n) = \frac{\operatorname{Re}(Z_{ul,n})}{Z_{ul,n}} = 0.809 \text{ (ind.)}$$

Stepen korisnog dejstva predstavlja količnik izlazne mehaničke snage koja se ima na vratilu mašine, P_{meh} , i ulazne električne snage, P_e . U skladu sa pojednostavljenjima učinjenim u zadatku, ($R_S = 0$, zanemareni gubici u gvožđu, zanemareni gubici usled trenja i ventilacije) može se konstatovati da je ulazna električna snaga jednaka snazi obrtnog magnetskog polja, dok je izlazna mehanička snaga jednaka snazi elektromehaničkog pretvaranja, P_{mR} (videti dijagram toka snage u rešenju zadatka broj 5):

$$P_e = P_{ob} \quad (R_S = 0, P_{Fe}^{stat})$$

$$P_{meh} = P_{mR} \quad (K_F \cdot \Omega_m^2 = 0)$$

Stoga je stepen korisnog dejstva ove asinhronne mašine u nominalnom režimu rada jednak količniku nominalnih vrednosti snage obrtnog polja i snage elektromehaničkog pretvaranja (naravno, uz zanemarene gubitke u gvožđu rotora):

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_{e,n}} = \frac{P_{ob,n}}{P_{mR,n}} = 1 - s_n = 0.95$$

d)

Kod dvopolnih asinhronih mašina, kružna učestanost rotorske struje je jednaka vrednosti ugaone brzine klizanja Ω_k , koja se definiše kao razlika brzine obrtnog polja u mašini i brzine rotora:

$$\omega_k = \Omega_k = \Omega_s - \Omega_m = \Omega_s - (1 - s) \cdot \Omega_s = s \cdot \Omega_s = s \cdot \omega_s$$

Međutim, frekvencija rotorske struje f_k ne može imati negativne vrednosti, pa se definiše kao:

$$f_k = \frac{|\omega_k|}{2\pi} = \frac{|s \cdot \omega_s|}{2\pi} = f_s \cdot |s|$$

Frekvencija rotorske struje za nominalno napajan motor ($f_s = f_{s,n}$), biti:

- $f_k = f_{s,n} \cdot 1 = 50 \text{ Hz}$ pri polasku,
- $f_k = f_{s,n} \cdot s_{pr,mot} = 12.65 \text{ Hz}$ pri prevalnom momentu za motorni režim rada,
- $f_k = f_{s,n} \cdot s_n = 2.5 \text{ Hz}$ pri motornom režimu rada koji odgovara nominalnom opterećenju,
- $f_k = f_{s,n} \cdot |s_{pr,gen}| = 12.65 \text{ Hz}$ pri prevalnom momentu za generatorski režim rada.

e)

Podsetnik (predavanja):

Mogu se relativizovati (svesti) efektivne vrednosti struje/napona/fluksa tako što se podele sa baznom vrednošću struje/napona/fluksa. Moguće je, međutim, relativizovati i vršne vrednosti (tj. apsolutne vrednosti vektora u dq sistemu sa $k=2/3$) tako što se dele sa vršnim baznim vrednostima (efektivne vrednosti su 1.4142 puta manje). U rešavanju zadataka iz OG2EM, kod relativizacije, javljaće se efektivne vrednosti. Napomena: Kao bazne vrednosti, po pravilu se uzimaju vrednosti nominalnog režima rada.

Номинална струја на статорском отпору релативне вредности од 1% ствара пад напона у износу од 1% номиналног напона. Тада кажемо да је R_s једнако 0.01.

$$R_S^{rel} = \frac{R_S [\Omega]}{Z_B [\Omega]}, \quad Z_B [\Omega] = Z_{nom} [\Omega] = \frac{U_{nom,eff}^{fazno} [V]}{I_{nom,eff}^{fazno} [A]} \Rightarrow \frac{R_S I_{nom}}{U_{nom}} = R_S^{rel}$$

$$I_S^{rel} = \frac{I_S [A]}{I_{nom} [A]}, \quad U_S^{rel} = \frac{U_S [V]}{U_{nom} [V]}, \quad \Psi_S^{rel} = \frac{\Psi_S [Wb]}{\Psi_{nom} [Wb]}$$

За свођење вредности,
у именуоцу су max/eff.
номиналне вредности
.....брзина....

$$L_S^{rel} = \frac{L_S [H] \omega_{Snom} [rad/s]}{Z_{nom} [\Omega]}, \quad L_S^{rel} = X_S^{rel} \dots \text{свуда је } VAR_B = VAR_{BAZNO} = VAR_{nom}$$

$$\text{OG2EM: } M_{em}^{rel} = \frac{M_{em} [Nm]}{M_B [Nm]}, \quad M_B [Nm] = \frac{S_{nom} [V]}{\omega_{Snom}^* [rad/s]} \Rightarrow M_{nom}^{rel} < 1, \quad M(s)$$

Kraj podsetnika

Sistem baznih veličina:

- bazna vrednost napona: $U_B = U_{f,n} = \frac{U_{l,n}}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$
- bazna vrednost struje: $I_B = I_{f,n} = I_n = 16 \text{ A}$
- bazna vrednost kružne učestanosti: $\omega_B = \omega_{s,n} = 2 \cdot \pi \cdot f_{s,n} = 314.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- bazna vrednost ugaone brzine: $\Omega_B = \frac{\omega_B}{p} = 314.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- bazna vrednost impedanse: $Z_B = R_B = \frac{U_B}{I_B} = 13.75 \Omega$
- bazna vrednost fluksa: $\Psi_B = \frac{U_B}{\omega_B} = 0.7 \text{ Wb}$
- bazna vrednost induktivnosti: $L_B = \frac{\Psi_B}{I_B} = 43,75 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
- bazna vrednost snage: $P_B = 3 \cdot U_B \cdot I_B = 10560 \text{ W}$

Relativna (svedena) vrednost se izračunava deljenjem apsolutne vrednosti sa odgovarajućom baznom veličinom:

$$L_{\gamma S}^* = \frac{L_{\gamma S}}{L_B} = 0.097 [\text{p.u.}],$$

$$L_{\gamma R}^* = \frac{L_{\gamma R}}{L_B} = 0.097 [\text{p.u.}],$$

$$L_m^* = \frac{L_m}{L_B} = 2 [\text{p.u.}],$$

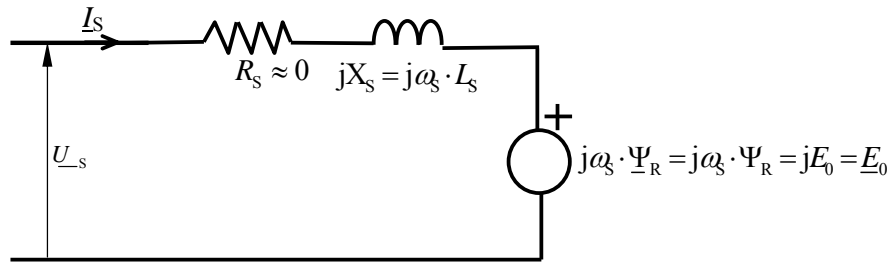
$$R_R^* = \frac{R_R}{Z_B} = 0.049 [\text{p.u.}].$$

Sinhrona mašine

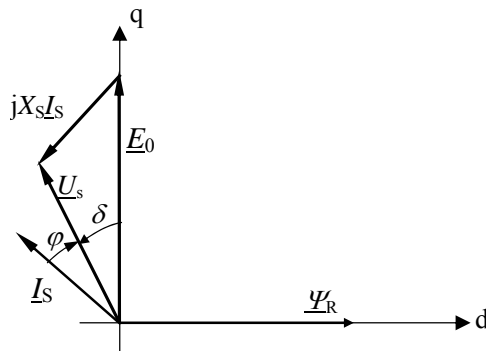
6. zadatak– rešenje

a)

Ekvivalentna zamenska šema za ustaljenja stanja sinhronog motora, ima izgled:



Fazorski dijagram sinhrona mašine za režim rada opisanan u zadatku, sa zanemarljivom otpornosti statorskog namotaja, dat je na narednoj slici (usvojena je nulta vrednost faze za fazor fluksa koji rotor stvara u statorskom namotaju, $\underline{\Psi}_R$, što je u skladu i sa oznakama na zamenskoj šemi):



Sa δ je označen ugao snage koji se definiše na sledeći način:

$$\delta = \arg(\underline{U}_s) - \arg(\underline{E}_0).$$

(Jednačine naponske ravnoteže u d i q osi, koje odgovaraju prikazanom fazorskom dijagramu su izvedene na predavanjima i glase:

$$U_d = -U_s \cdot \sin \delta = R_s \cdot I_d - \omega_s \cdot L_s \cdot I_q,$$

$$U_q = +U_s \cdot \cos \delta = R_s \cdot I_q + \omega_s \cdot L_s \cdot I_d + E_0.$$

Ako se zanemari otpornost statorskog namotaja, dobijaju se jednakosti:

$$U_s \cdot \sin \delta = \omega_s \cdot L_s \cdot I_q,$$

$$U_s \cdot \cos \delta = \omega_s \cdot L_s \cdot I_d + E_0.$$

Rešavanjem prethodne dve jednačine, dolazi se do d i q komponente statorske struje, a zatim i do njene efektivne vrednosti:

$$\left. \begin{aligned} I_q &= \frac{U_s \cdot \sin \delta}{\omega_s L_s} \\ I_d &= \frac{U_s \cdot \cos \delta - E_0}{\omega_s \cdot L_s} \end{aligned} \right\} I_s = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} = \frac{\sqrt{U_s^2 + E_0^2 - 2 \cdot U_s \cdot E_0 \cdot \cos \delta}}{\omega_s \cdot L_s} = 4.721 \text{ A}.$$

Digresija:

Do istog rezultata se moglo doći i direktnom primenom kosinusne teoreme na trougao koji formiraju tri napona na fazorskom dijagramu.

Kraj digresije.

b)

Da bi se odredio faktor snage, najpre treba odrediti fazni stav između fazora statorskog napona i struje, φ . Da bi se on izračunao, potrebno je izračunati fazu statorske struje:

$$\left. \begin{aligned} I_q &= \frac{U_s \cdot \sin \delta}{\omega_s \cdot L_s} = 3.501 \text{ A} \\ I_d &= \frac{U_s \cdot \cos \delta - E_0}{\omega_s \cdot L_s} = -3.166 \text{ A} \end{aligned} \right\} \angle I_s = 132.12^\circ.$$

Koristeći fazorski dijagram, određuje se vrednost faktora snage:

$$\varphi = \delta + \frac{\pi}{2} - \angle I_s = -12.12^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0.978^\circ (\text{cap}).$$

Na osnovu fazorskog dijagrama, izračunatog faznog stava između napona i struje statora, kao i na osnovu vrednosti ugla snage, može se zaključiti da sinhrona mašina radi kao motor (uzima snagu iz električnog podsistema i pretvara je u mehaničku snagu), ali istovremeno i generiše reaktivnu snagu i "predaje" izvoru iz koga se napaja statorski namotaj.

c)

Prvo se računaju d i q komponente statorskog napona:

$$U_d = -U_s \cdot \sin \delta = -110 \text{ V},$$

$$U_q = +U_s \cdot \cos \delta = 190.5 \text{ V}.$$

Tražene snage su:

$$P_e = 3 \cdot \text{Re} \{ \underline{S}_s \} = 3 \cdot \text{Re} \{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^* \} = 3 \cdot (U_d \cdot I_d + U_q \cdot I_q) = 3046 \text{ W},$$

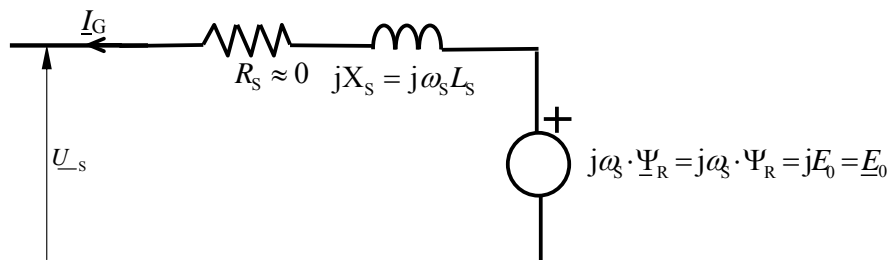
$$Q_e = 3 \cdot \text{Im} \{ \underline{S}_s \} = 3 \cdot \text{Im} \{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^* \} = 3 \cdot (U_q \cdot I_d - U_d \cdot I_q) = -654 \text{ VAr}.$$

Algebarske vrednosti aktivne i reaktivne snage, potvrđuju tvrdnje iznete u komentaru na kraju rešenja tačke b) ovog zadatka.

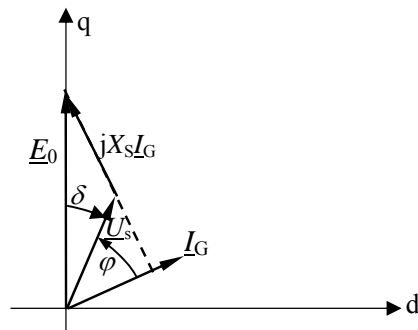
7. zadatak– rešenje

a)

U skladu sa generatorskim režimom rada, usvojen je i referentni smer statorske struje, takav da je struja usmerena ka krajevima statorskih priključaka, što je prikazano na zamenskoj šemi ispod:



Poznavajući fazni stav između statorskog napona i struje i polazeći od pretpostavke da mašina radi kao generator, može se nacrtati fazorski dijagram:



Ako se uoči pravougli trougao prikazan na fazorskom dijagramu, i za njega napiše Pitagorina teorema, moguće je odrediti vrednost sinhronne reaktanse:

$$E_0^2 = (U_s \cdot \cos \varphi)^2 + (U_s \cdot \sin \varphi + X_s \cdot I_G)^2 \Rightarrow X_s = \frac{\sqrt{E_0^2 - (U_s \cdot \cos \varphi)^2} - U_s \cdot \sin \varphi}{I_G} = 2.14 \Omega.$$

b)

Određivanje ugla snage, δ :

$$\left. \begin{aligned} \cos(\varphi + |\delta|) = \cos(\varphi - \delta) = \frac{U_s \cdot \cos \varphi}{E_0} = 0.661 \Rightarrow \varphi - \delta = 48.62^\circ \\ \varphi = \arccos(0.8) = 36.87^\circ \end{aligned} \right\} \delta = -11.75^\circ.$$

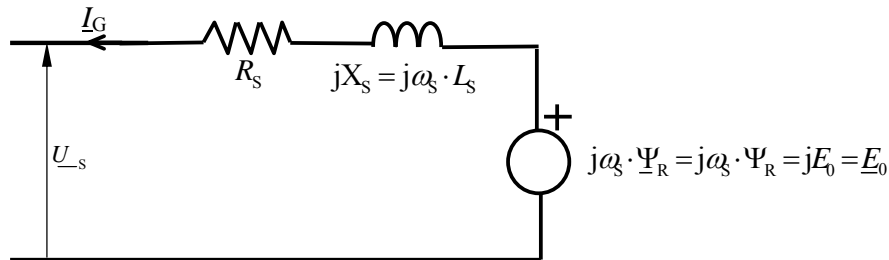
Digresija:

Ugao snage se smatra pozitivnim onda kada fazor napona prednjači elektromotornoj sili. Imajući u vidu ovako definisan referentni smer ugla snage, ugao snage dat na slici je negativne vrednosti, što je računski i potvrđeno. Negativni predznak ugla snage δ predstavlja potvrdu da u datom režimu mašina radi kao generator.

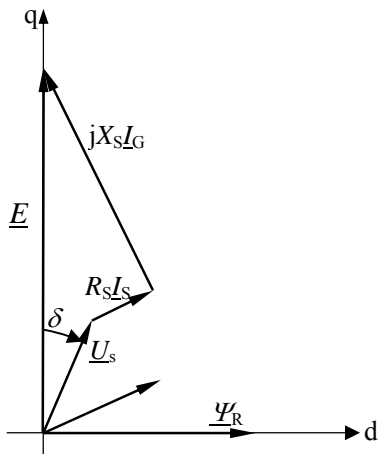
Kraj digresije.

8. zadatak– rešenje

Na narednoj slici je data zamenska šema za ustaljena sinhrona mašine u generatorskom režimu rada:



Fazorski dijagram za generatorski režim rada, uz uvažavanje postojanja nenulte vrednosti otpornosti statorskog namotaja je:



U opisanom radnom režimu pobudna struja $I_{p,1}$ se razlikuje od pobudne struje $I_{p,0}$ za koju je poznata vrednost elektromotorne sile praznog hoda $E_{0,max}$. Zato je potrebno odrediti novu vrednost elektromotorne sile E_1 koja odgovara pobudnoj struji $I_{p,1}$. Kako je elektromotorna sila praznog hoda proporcionalna pobudnoj struji (nelinearnost krive magnetisanja se zanemaruje), važi sledeća relacija odakle se izračunava E_1 :

$$\frac{E_{0,max}}{\sqrt{2}} : I_{p,0} = E_1 : I_{p,1} \Rightarrow E_1 = \frac{E_{0,max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{p,1}}{I_{p,0}} = 282.8 \text{ V}.$$

a)

Usled obrtanja rotorskog polja, u fazama statorskog namotaja se indukuje prostoperiodična elektromotorna sila čija je kružna učestanost (ω_s) jednaka proizvodu broja pari polova (p) i ugaone brzine rotora (Ω_m). Kako se radi o dvopolnoj mašini, tražena frekvencija f_s jednaka je frekvenciji obrtanja rotora:

$$f_s = \frac{n}{60} = 75 \text{ Hz}.$$

b)

Jednačine naponske ravnoteže u dq koordinatnom sistemu, koje opisuju ponašanje izotropnog sinhronog generatora u stacionarnom stanju glase:

$$U_d = -R_s \cdot I_d + X_s \cdot I_q,$$

$$U_q = -R_s \cdot I_q - X_s \cdot I_d + E_1.$$

Treba uočiti da pri kratkom spoju na krajevima statorskog namotaja važi $U_d=U_q=0$. Na osnovu toga, prethodne jednakosti postaju:

$$0 = -R_s \cdot I_{d,KS} + X_s \cdot I_{q,KS},$$

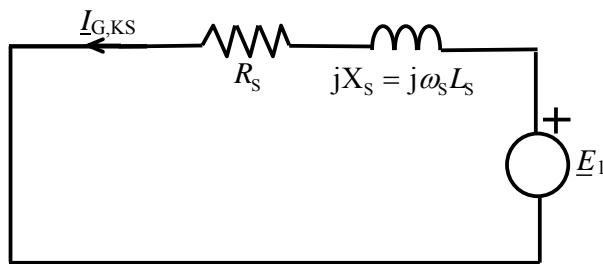
$$E_1 = R_s \cdot I_{q,KS} + X_s \cdot I_{d,KS}.$$

Rešavanjem sistema po komponentama statorske struje, dobija se:

$$\left. \begin{aligned} I_{d,KS} &= \frac{X_s}{X_s^2 + R_s^2} \cdot E_1 \\ I_{q,KS} &= \frac{R_s}{X_s^2 + R_s^2} \cdot E_1 \end{aligned} \right\} I_{S,KS} = \sqrt{I_{d,KS}^2 + I_{q,KS}^2} = \frac{E_1}{\sqrt{X_s^2 + R_s^2}}.$$

Digresija:

Treba konstatovati da se prethodni izraz za struju kratkog spoja jednostavno mogao dobiti i iz zamenske šeme kratkim spajanjem statorskih priključaka:



Ako se za prethodnu šemu napiše 2. Kirhofov zakon u kompleksnom obliku:

$$\underline{E}_1 = \underline{I}_{G,KS} \cdot (R_s + jX_s)$$

iz njega se može dobiti isti izraz za efektivnu vrednost fazne struje, $I_{S,KS}$.

Generator je putem vratila spregnut sa parnom ili vodenom turbinom koja daje pokretni moment M_{mG} koji pospešuje kretanje preuzimajući mehaničku snagu P_{mG} . Ta snaga predstavlja ulaznu snagu generatora. U mašini se jedan deo ulazne snage utroši na savladavanje otpora kretanju rotora snage $P_{\gamma mG}$. Oduzimanjem snage gubitaka usled obrtanja rotora od ulazne mehaničke snage dobija se unutrašnja mehanička snaga koja se pretvara u električnu. Dobijena električna snaga se jednim delom utroši na gubitke u namotajima P_{CuG} i gubitke u magnetskom kolu P_{FeG} . Ostatak snage je na raspolaganju električnim potrošačima koje napaja generator P_{eG} .

Bilans snage sinhronog generatora:

$$P_{mG} = P_{\gamma mG} + P_{CuG} + P_{FeG} + P_{eG}$$

Zanemarenjem gubitaka usled obrtanja rotora i snage gubitaka u magnetskom kolu bilans snage ima sledeći oblik:

$$P_{mG} = P_{CuG} + P_{eG}$$

Komponente snage koje figurišu u prethodnom izraz dobijaju se tako što se nađe realni deo jednačine naponske ravnoteže pomnožene sa $3 \cdot \underline{I}_G^*$:

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_s + R_s \cdot \underline{I}_G + j \cdot X_s \cdot \underline{I}_G$$

$$\{ \underline{E}_0 = \underline{U}_s + R_s \cdot \underline{I}_G + j \cdot X_s \cdot \underline{I}_G \} \cdot 3 \cdot \underline{I}_G^*$$

$$3 \cdot \underline{E}_0 \cdot \underline{I}_G^* = 3 \cdot \underline{U}_s \cdot \underline{I}_G^* + 3 \cdot R_s \cdot I_G^2 + j \cdot 3 \cdot X_s \cdot I_G^2$$

$$\operatorname{Re}\{3 \cdot \underline{E}_0 \cdot \underline{I}_G^*\} = P_{mG}$$

$$\operatorname{Re}\{3 \cdot \underline{U}_S \cdot \underline{I}_G^*\} = P_{eG}$$

$$3 \cdot R_S \cdot I_G^2 = P_{CuG}$$

U generatorskom režimu rada pretvaranje energije unutar mašine ima drugačiji smer u odnosu na motorni režim rada, jer se mehanički rad pretvara u električnu energiju. Na osnovu toga važe sledeće relacije:

$$P_{mG} = -P_{em}$$

$$P_{eG} = -P_e$$

Pri čemu je P_{em} snaga elektromehaničkog pretvaranja, a P_e je aktivna snaga koju mašina uzima iz mreže.

Kraj digresije.

Frekvencija statorske struje je određena brzinom obrtanja rotora i jednaka je već izračunatoj vrednosti od 75Hz. Stoga će vrednost sinhrona reaktanse biti:

$$f_s = 75 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s = 471.2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow X_S = \omega_s \cdot L_S = 23.56 \Omega.$$

Efektivna vrednost statorske struje koja postoji u svakoj fazi statorskog namotaja:

$$I_{S,KS} = \frac{E_1}{\sqrt{X_S^2 + R_S^2}} = 11.91 \text{ A}.$$

Kada nastupi kratak spoj, sva energija koja se pretvara iz mehaničke u električnu disipira na omskoj otpornosti statorskog namotaja:

$$P_{em} = M_{em} \cdot \Omega_m = -3 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{E}_0 \cdot \underline{I}_G^*\} = 3 \cdot R_S \cdot I_G^2 \Rightarrow M_{em} = -\frac{3 \cdot R_S \cdot I_{G,KS}^2}{\Omega_m} = -\frac{3 \cdot R_S \cdot I_{G,KS}^2}{\omega_s} = -2.709 \text{ Nm}.$$

M_{em} je elektromagnetski moment koji se opire kretanju rotora.

c)

U slučaju da se otpornost statorskog namotaja može zanemariti, maksimum snage elektomehničkog pretvaranja se postiže za $\delta = \pi/2$ (za motorni režim rada) i $\delta = -\pi/2$ (za generatorski režim rada). Dokaz ove tvrdnje je izveden na predavanjima. U našem slučaju se traži maksimum iste snage, ali u realnom slučaju nenulte otpornosti statorskog namotaja. Postupak se sastoji u nalaženju izraza za snagu elektromehaničkog pretvaranja M_{em} u funkciji ugla snage δ , da bi se zatim, diferenciranjem tog izraza odredila njena ekstremna vrednost i vrednost ugla snage za koji se ona postiže.

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -U_S \cdot \sin \delta = -R_S \cdot I_d + X_S \cdot I_q \\ U_q &= U_S \cdot \cos \delta = -R_S \cdot I_q - X_S \cdot I_d + E_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I_d &= \frac{U_S \cdot (R_S \cdot \sin \delta - X_S \cdot \cos \delta) + E_1 \cdot X_S}{X_S^2 + R_S^2} \\ I_q &= \frac{E_1 \cdot R_S - U_S \cdot (X_S \cdot \sin \delta + R_S \cdot \cos \delta)}{X_S^2 + R_S^2} \end{aligned}$$

$$P_{em} = -3 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{E}_1 \cdot \underline{I}_G^*\} = -3E_1 \cdot I_q = 3 \cdot E_1 \cdot \frac{U_S \cdot (X_S \cdot \sin \delta + R_S \cdot \cos \delta) - E_1 \cdot R_S}{X_S^2 + R_S^2}.$$

$$\frac{\partial P_{em}}{\partial \delta} = 0 \Rightarrow X_S \cdot \cos \delta_{\max} = R_S \cdot \sin \delta_{\max} \Rightarrow \operatorname{tg} \delta_{\max} = \frac{X_S}{R_S} \Rightarrow \delta_{\max} = -\pi + \operatorname{arctg} \left(\frac{X_S}{R_S} \right) = -97.3^\circ < -90^\circ.$$

Digresija:

Uočava se da je granični ugao snage u generatorskom režimu rada manji od -90° , a u motornom režimu rada manji od 90° . To istovremeno znači (videti predavanja) da se oblast stabilnog rada u generatorskom režimu proširuje, dok se u motornom režimu sužava.

Kraj digresije.

Zbog sprege u zvezdu, efektivna vrednost faznog napona statora iznosi:

$$U_S = \frac{300}{\sqrt{3}} \text{ V} = 173.2 \text{ V}.$$

Zamenom vrednosti za izračunati ugao snage u izraze za struje I_d i I_q , dobija se:

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{U_s \cdot (R_s \cdot \sin \delta_{\max} - X_s \cdot \cos \delta_{\max}) + E_1 \cdot X_s}{X_s^2 + R_s^2} = 11.81 \text{ A} \\ I_q &= \frac{E_1 \cdot R_s - U_s \cdot (X_s \cdot \sin \delta_{\max} + R_s \cdot \cos \delta_{\max})}{X_s^2 + R_s^2} = 8.8 \text{ A} \end{aligned} \right\} I_s = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} = 14.73 \text{ A}.$$

Sa poznatim uglom snage, mogu se odrediti vrednosti d i q komponenti statorskog napona i struje:

$$U_d = -U_s \cdot \sin \delta_{\max} = 171.8 \text{ V},$$

$$U_q = U_s \cdot \cos \delta_{\max} = -22.01 \text{ V}.$$

Izračunavanje aktivne i reaktivne snage u opisanom režimu rada:

$$P_{eG} = 3 \cdot \operatorname{Re} \{ \underline{S}_{eG} \} = 3 \cdot \operatorname{Re} \{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_G^* \} = 3 \cdot (U_d \cdot I_d + U_q \cdot I_q) = 5506 \text{ W},$$

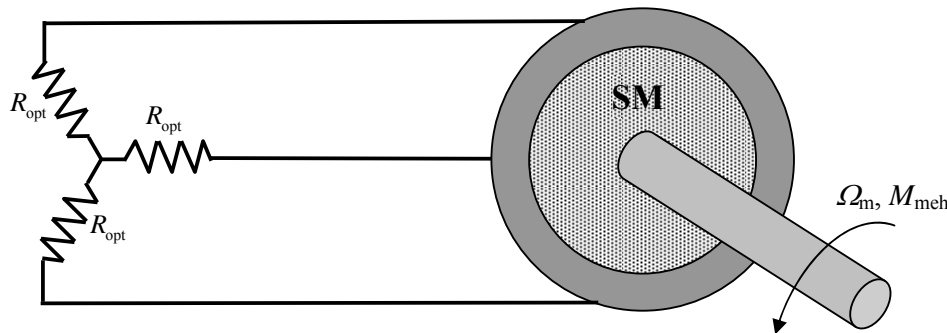
$$Q_{eG} = 3 \cdot \operatorname{Im} \{ \underline{S}_{eG} \} = 3 \cdot \operatorname{Im} \{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_G^* \} = 3 \cdot (U_q \cdot I_d - U_d \cdot I_q) = -5315 \text{ VAr}.$$

U skladu sa usvojenim referentnim smerom statorske struje, tumačenje dobijenih vrednosti aktivne i reaktivne snage je sledeće:

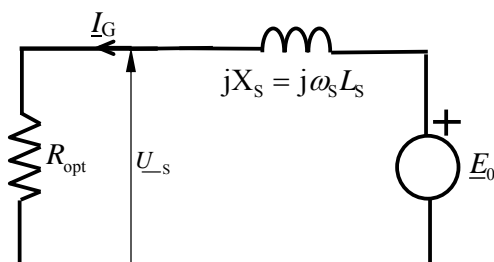
- sinhroni generator isporučuje mreži aktivnu snagu u iznosu od 5506 W,
- sinhroni generator uzima iz mreže reaktivnu snagu u iznosu od -5315 VAr.

9. zadatak– rešenje

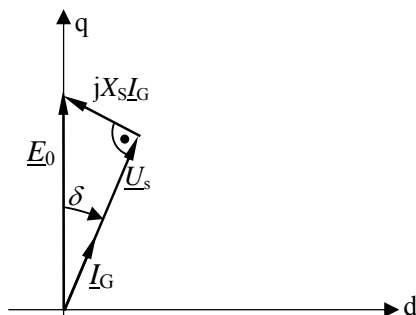
Slika koja opisuje način povezivanja sinhronog generatora sa navedenim opterećenjem je prikazana ispod:



Zamenska šema za stacionarna stanja ima sledeći izgled:



Fazorski dijagram koji odgovara prethodnoj zamenskoj šemi je prikazan na narednoj slici:



Iz zamenske šeme se vidi da su statorska struja i napon u fazi. Zbog toga će naponski vektori na fazorskom dijagramu formirati pravougli trougao. To nam omogućava da napišemo relaciju koja povezuje statorski napon, struju generatora i elektromotornu silu praznog hoda:

$$E_0^2 = U_s^2 + (X_s \cdot I_G)^2,$$

iz koje se može izraziti statorska struja kao:

$$I_G = \frac{\sqrt{E_0^2 - U_s^2}}{X_s}.$$

Snaga koja se razvija na trofaznom otporniku je:

$$P_R = 3 \cdot U_s \cdot I_G = 3 \cdot U_s \cdot \frac{\sqrt{E_0^2 - U_s^2}}{X_s}.$$

Iz prethodnog izraza se vidi da je za postizanje maksimalne snage, uz konstantnu vrednost statorskog napona, $U_s=220V$, potrebno primeniti što veću vrednost elektromotorne sile praznog hoda. Međutim postojanje zasićenja ograničava maksimalnu vrednost elektromotorne sile praznog hoda na:

$$E_0 = E_{0,\max} = 500 \text{ V}.$$

Sada je moguće odrediti vrednost maksimalne snage, kao:

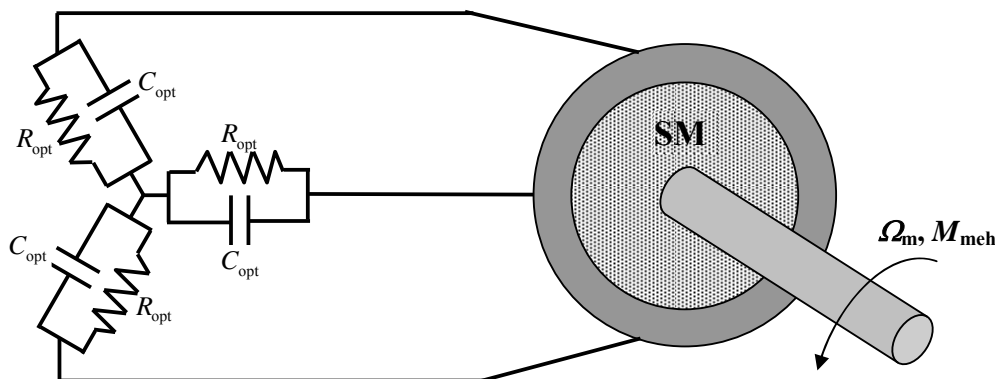
$$P_{R,\max} = 3 \cdot U_s \cdot \frac{\sqrt{E_{0,\max}^2 - U_s^2}}{X_s} = 148.2 \text{ kW}.$$

Vrednost otpornosti R_{opt} je određena uslovom da se na izlaznim priključcima ima statorski napon U_s :

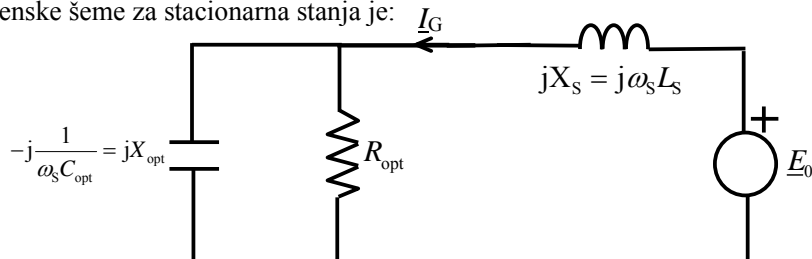
$$R_{\text{opt}} = \frac{U_s}{I_G} = \frac{U_s \cdot X_s}{\sqrt{E_{0,\max}^2 - U_s^2}} = 0.98 \Omega.$$

b)

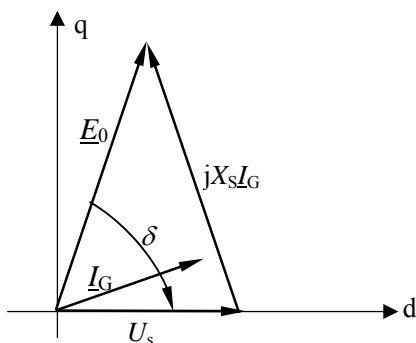
Nakon dodavanja trofaznog kapacitivnog opterećenja, izgled celog sistema je kao na slici ispod:



Novi izgled zamenske šeme za stacionarna stanja je:



Pri rešavanju ovog zadatka je daleko pogodnije koristiti fazorski dijagram u kom bi se fazoru statorskog napona dodelila poznata vrednost faze (usvojiće se nulta vrednost faze), a ne kao što je to uobičajeno da se faza od 90° usvoji za fazor elektromotorne sile praznog hoda:



Zbog postojanja kapacitivnog opterećenja, narušena je kolinearost fazora statorske struje i napona. Ako se fazor elektromotorne sile praznog hoda i statorskog napona napiše kao :

$$\underline{E}_0 = E_{0,d} + jE_{0,q} \text{ i } \underline{U}_s = U_s,$$

moгуće je napisati jednačinu po 1. Kirhofovom zakonu za jedan od dva čvora na prethodnoj zamenskoj šemi:

$$\frac{U_s}{jX_{\text{opt}}} + \frac{U_s}{R_{\text{opt}}} = \frac{E_{0,d} + jE_{0,q} - U_s}{jX_s}.$$

Prethodna kompleksna jednakost se može rastaviti na dve realne jednačine:

$$\frac{U_s}{X_{\text{opt}}} = \frac{E_{0,d} - U_s}{X_s} \Rightarrow E_{0,d} = U_s \cdot \left(1 + \frac{X_s}{X_{\text{opt}}}\right) = 110 \text{ V}.$$

$$\frac{U_s}{R_{\text{opt}}} = \frac{E_{0,q}}{X_s} \Rightarrow R_{\text{opt}} = \frac{U_s \cdot X_s}{E_{0,q}} \Rightarrow P_R = 3 \cdot \frac{U_s^2}{R_{\text{opt}}} = 3 \cdot \frac{U_s \cdot E_{0,q}}{X_s}.$$

Iz transformisanog izraza za snagu trofaznog termogenog potrošača, uočava se sad veća vrednost snage može postići povećanjem q komponente elektromotorne sile praznog hoda. Ponovo se zasićenje javlja kao ograničavajući faktor, jer se ima uslov:

$$E_0 = \sqrt{E_{0,d}^2 + E_{0,q}^2} \leq E_{0,\text{max}}.$$

U cilju postizanja maksimalne snage, određuje se $E_{0,q}$:

$$E_{0,q} = \sqrt{E_{0,\text{max}}^2 - E_{0,d}^2} = 487.7 \text{ V}.$$

Vrednost otpornosti R_{opt} je:

$$R_{\text{opt}} = \frac{U_s \cdot X_s}{E_{0,q}} = 0.902 \Omega,$$

dok je maksimalna snaga koja se na njemu može razviti, uz konstantni napon na izlazu generatora:

$$P_R = 3 \cdot \frac{U_s \cdot E_{0,q}}{X_s} = 160.9 \text{ kW}.$$

