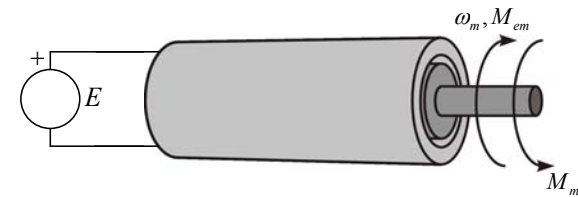


Увод у електричне машине

- Увод у електричне машине -

Електромеханичко претварање енергије

Принципи	Динамички модел, напајање
МЈСС, АМ, СМ	Заменске шеме за стап, стања
Конструкција	Управљање
Механичке карактеристике	Експлоатационе, транзијентне

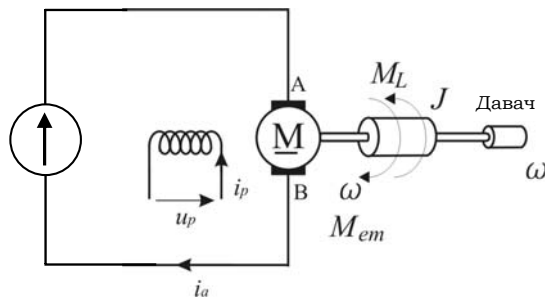


Пример коришћења (МД)

- Увод у електричне машине -

Електромеханичко претварање

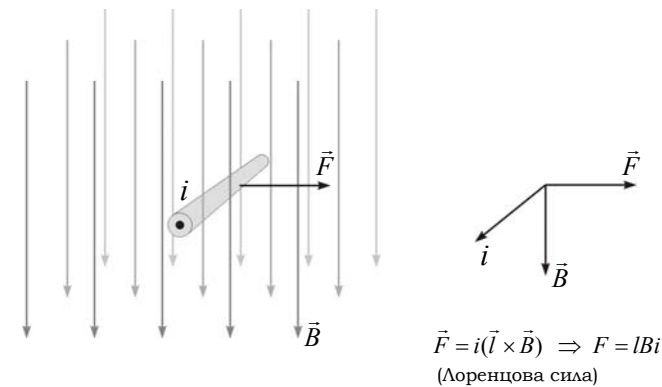
$W_{el} \rightarrow W_{meh}$ (мотори) $W_{meh} \rightarrow W_{el}$ (генератори)



- Увод у електричне машине -

Начини електромеханичког претварања енергије

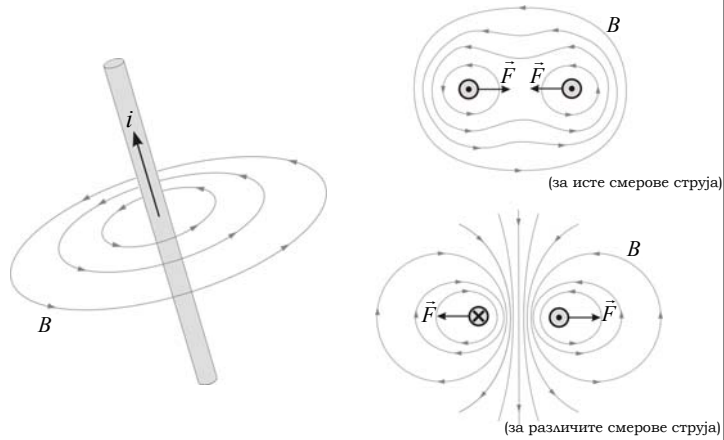
- Механичка сила делује на проводник кроз који протиче струја, кад се овај налази у магнетном пољу:



- Увод у електричне машине -

Начини електроmekханичког претварања енергије

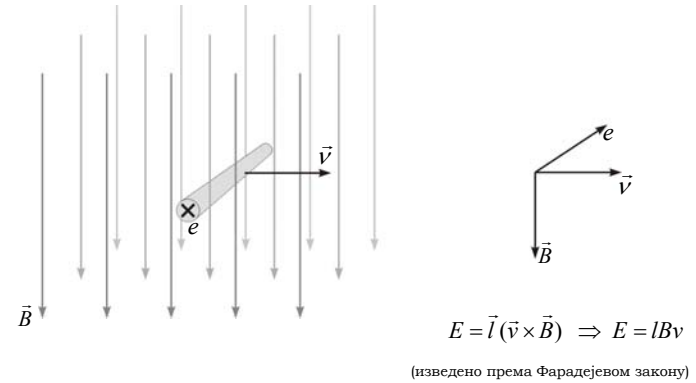
- Механичка сила делује на проводнике који проводе струју, посредством њихових магнетних поља:



- Увод у електричне машине -

Начини електроmekханичког претварања енергије

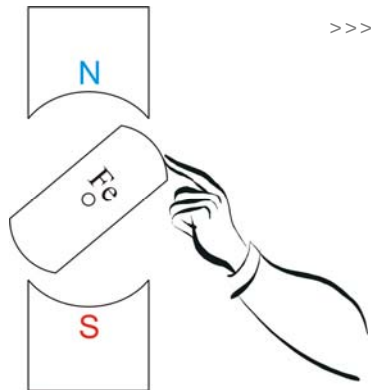
- У коду које се креће кроз магнетно поље индукује се електромоторна сила:



- Увод у електричне машине -

Начини електроmekханичког претварања енергије

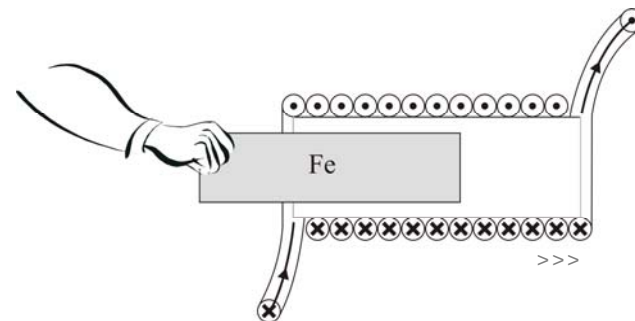
- Механичка сила делује на феромагнетни материјал тежећи да га доведе у правац магнетног поља:



- Увод у електричне машине -

Начини електроmekханичког претварања енергије

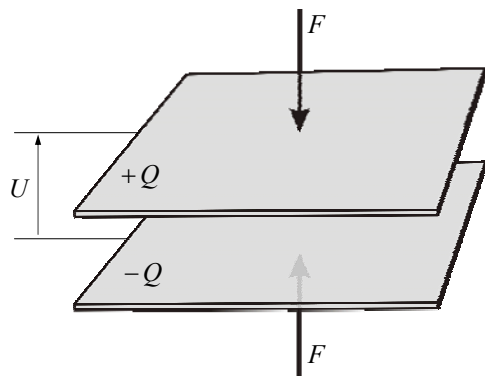
- Механичка сила делује на феромагнетни материјал тежећи да га одвуче на место где је магнетно поље најгушће:



- Увод у електричне машине -

Начини електромеханичког претварања енергије

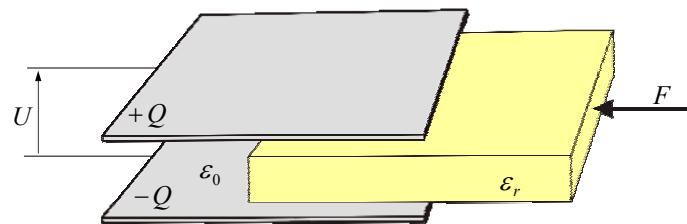
- Механичка сила делује на плоче оптерећеног кондензатора - долази до промене електричног оптерећења или напона између плоча:



- Увод у електричне машине -

Начини електромеханичког претварања енергије

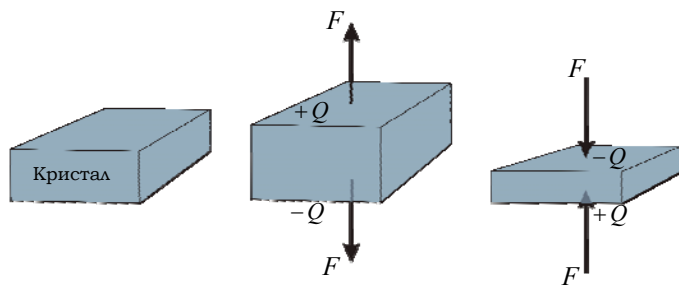
- Механичка сила делује на диелектрик - долази до промене електричног оптерећења или напона између плоча:



- Увод у електричне машине -

Начини електромеханичког претварања енергије

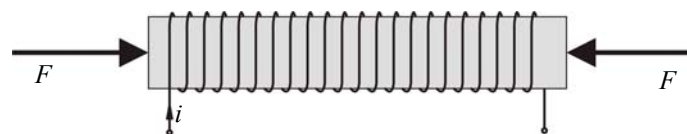
- Кад се кристали деформишу, на њиховим крајевима ствара се електрично оптерећење (пиезоелектрични ефекат):



- Увод у електричне машине -

Начини електромеханичког претварања енергије

- Феромагнетски материјали се деформишу под деловањем магнетског поља (магнетострикција):



- Увод у електричне машине -

Претварач са електричним спрежним пољем

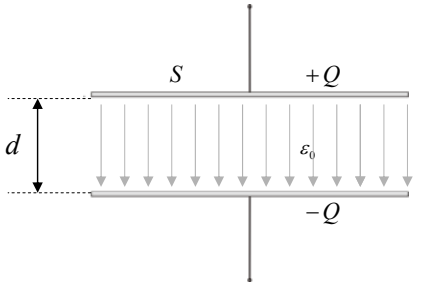
Електростатичка машина (HDD)

$$E = \frac{U}{d}$$

$$D = \epsilon_0 E = \frac{Q}{S}$$

Енергија спрежног поља (линеарни мед.)

$$W_e = V \left(\int \vec{D} \, d\vec{E} \right) = Sd \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right) = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{Q^2}{2C}$$



Капацитивност:

$$Q = C U$$

$$Q = D S = \epsilon_0 E S = \epsilon_0 S \frac{U}{d}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

- Увод у електричне машине -

Претварач са електричним спрежним пољем

Извор

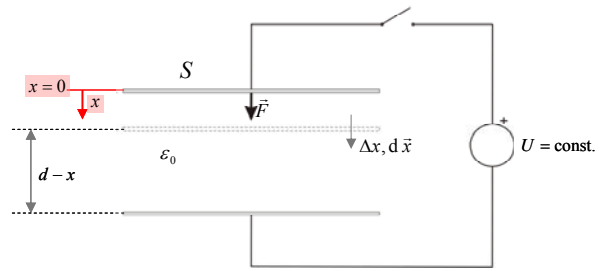
 $\Delta W_i = u \, i \, \Delta t$

Спрежно поље

 $\Delta W_e = \Delta \left(V \int \vec{D} \, d\vec{E} \right)$

Механички рад

 $F \, \Delta x$



Рад извора: $\Delta W_i = U \, \Delta Q$ Механички рад: $\Delta W_{meh} = F \, \Delta x, \, dW_{meh} = \vec{F} \, d\vec{x}$

Енергија: $W_e(x) = S(d-x) \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right) = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d-x} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2} \frac{d-x}{\epsilon_0 S}$

- Увод у електричне машине -

Претварач са електричним спрежним пољем

- Извор искључен ($Q = \text{const.}$):

$$\Delta W_i = U \, \Delta Q = 0$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{meh} + \Delta W_e \Rightarrow \Delta W_{meh} = -\Delta W_e$$

$$F = -\frac{\Delta W_e}{\Delta x} \dots -\frac{\partial W_e}{\partial x} \dots -\frac{dW_e}{dx} \quad F = -\frac{dW_e}{dx} = -\frac{d}{dx} \left\{ \frac{Q^2}{2} \frac{d-x}{\epsilon_0 S} \right\} = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0}$$

- Извор укључен ($U = \text{const.}$):

$$\Delta x \rightarrow \Delta C \rightarrow \Delta Q, \quad \Delta W_i = U \, \Delta Q \neq 0$$

$$\Delta W_e = \Delta \left(\frac{CU^2}{2} \right) = \frac{1}{2} U \, \Delta Q = \frac{1}{2} \Delta W_i$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{meh} + \Delta W_e \Rightarrow \Delta W_{meh} = \Delta W_i - \Delta W_e = \Delta W_e$$

$$F = +\frac{dW_e}{dx} = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_0 S}{d-x} \right\} = \frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_0 S}{(d-x)^2} = \frac{E^2}{2} \epsilon_0 S = \frac{D^2}{2\epsilon_0} S = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0}$$

- Увод у електричне машине -

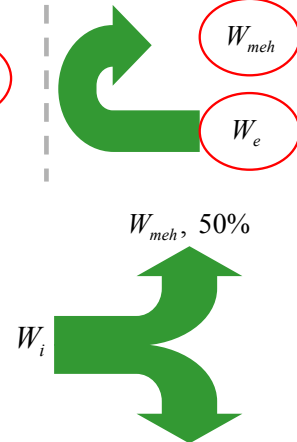
Претварач са електричним спрежним пољем e2

Извор искључен
($Q = \text{const.}$):

 W_i

W_{meh}

W_e



Модел електростатичког претварача

Извор укључен ($U = \text{const.}$):

$W_{meh} \rightarrow 50\%$
 $W_i \rightarrow$
 $W_e \rightarrow 50\%$

Циклаус...

Нелинеарни медијум

- Увод у електричне машине -

Конвертор са магнетским спрежним пољем

2. питање у оквиру 1. домаћег задатка

$$B = \mu_0 H, \quad H = \frac{NI}{x}, \quad \mathcal{R}_\mu = \frac{x}{\mu_0 S}, \quad \Phi = B S = \mu_0 \frac{NI}{x} S$$

ON: $u = 0, \Phi = \text{const.}$
 OFF: $i = \text{const.}$

$I = \text{const.}$
 $B_{FE} = B_0$
 $H_{FE} \approx 0$
 $\mu_{FE} \gg \mu_0$

- Увод у електричне машине -

Конвертор са магнетским спрежним пољем

Извор
 $\Delta W_i = u i \Delta t$
 $\Delta W_i = I \Delta \Phi$

Спрежно поље
 $\Delta W_m = \Delta \left(V \int \vec{B} d\vec{H} \right)$

Механички рад
 $F \Delta x$

$I = \text{const.}$
 $B_{FE} = B_0$
 $H_{FE} \approx 0$
 $\mu_{FE} \gg \mu_0$

Енергија магнетског спрежног поља – интеграл $\frac{1}{2} B_0 H_0$ у зазору $x_0 - \Delta x$

$$w_m V = \left(\frac{\mu_0}{2} H_0^2 \right) (Sx) = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{NI}{x} \right)^2 Sx = \frac{\mu_0}{2} \frac{N^2 I^2}{x} S = \frac{\mu_0}{2} \frac{N^2 I^2}{(x_0 - \Delta x)} S$$

- Увод у електричне машине -

Конвертор са магнетским спрежним пољем

- Извор искључен ($\Phi = \text{const.}$):

$$\Delta W_i = I \Delta \Phi = 0$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{meh} + \Delta W_m \Rightarrow \Delta W_{meh} = -\Delta W_m$$

$$F = -\frac{\Delta W_m}{\Delta x} = -\frac{\partial W_m}{\partial x} \dots \dots \dots = -\frac{dW_m}{dx} \Rightarrow F = -\frac{dW_m}{dx} = \frac{\Phi^2}{2S\mu_0}$$

- Извор укључен ($I = \text{const.}$):

$$\Delta x \rightarrow \Delta L \rightarrow \Delta \Phi, \quad \Delta W_i = I \Delta \Phi \neq 0$$

$$\Delta W_m = \Delta \left(\frac{LI^2}{2} \right) = \frac{1}{2} I \Delta \Phi = \frac{1}{2} \Delta W_i$$

$$\Delta W_i = \Delta W_{meh} + \Delta W_m \Rightarrow \Delta W_i = 2\Delta W_{meh}$$

$$F = +\frac{\Delta W_m}{\Delta x} = +\frac{\partial W_m}{\partial x} \dots \dots \dots = +\frac{dW_m}{dx} \Rightarrow F = +\frac{dW_m}{dx} = \frac{\Phi^2}{2S\mu_0}$$

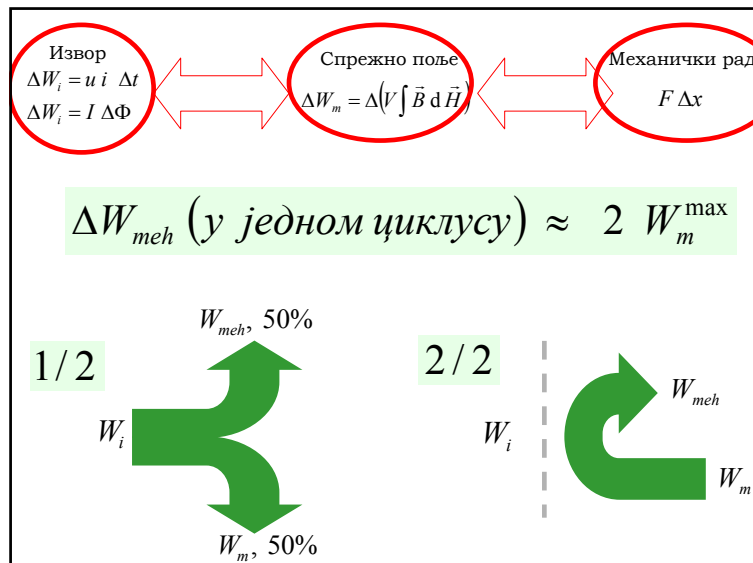
- Увод у електричне машине -

Конвертор са магнетским спрежним пољем

Извор искључен ($\Phi = \text{const.}$):

Извор укључен ($I = \text{const.}$):

Котва



- Увод у електричне машине -

Електростатички или електромагнетски претварачи?

Како је:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \approx 10^{-11}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 10^{-6} \Rightarrow \epsilon_0 < \mu_0$$

па је:

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 < \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \quad \text{Е, Н ограничено}$$

$\Rightarrow$ Предност је на страни електромагнетских претварача

- Увод у електричне машине -

Једноставан претварач са магнетским спрежним пољем

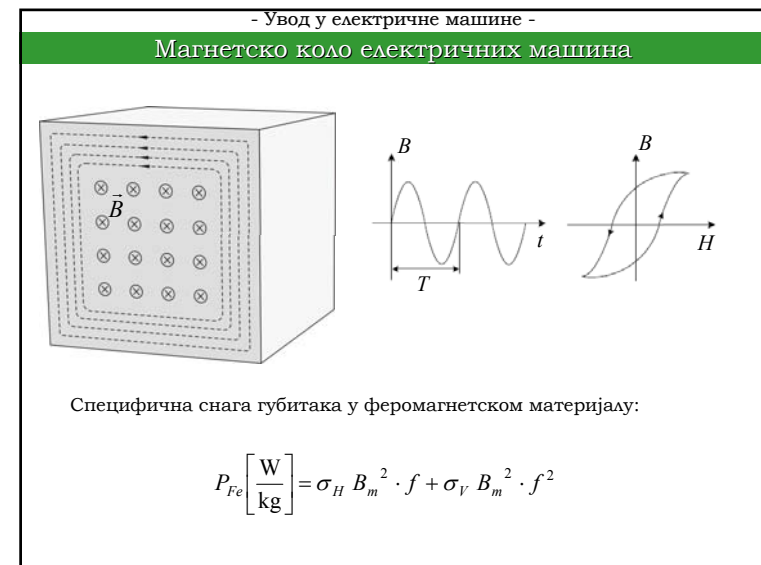
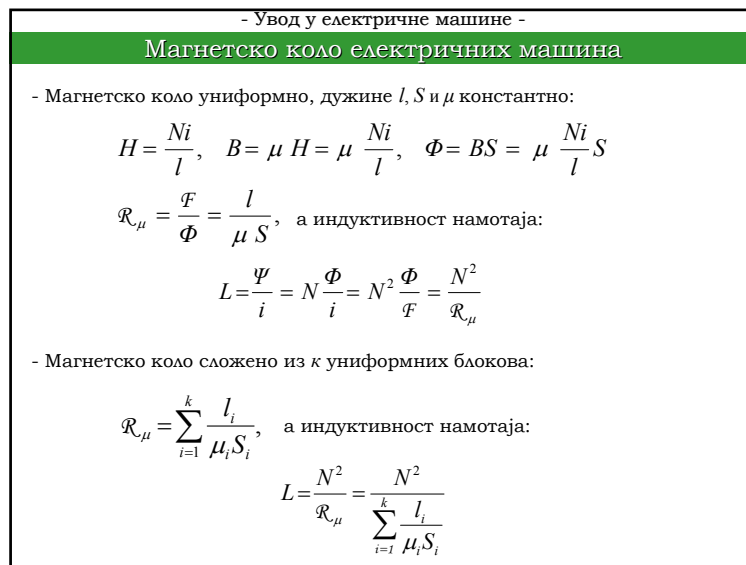
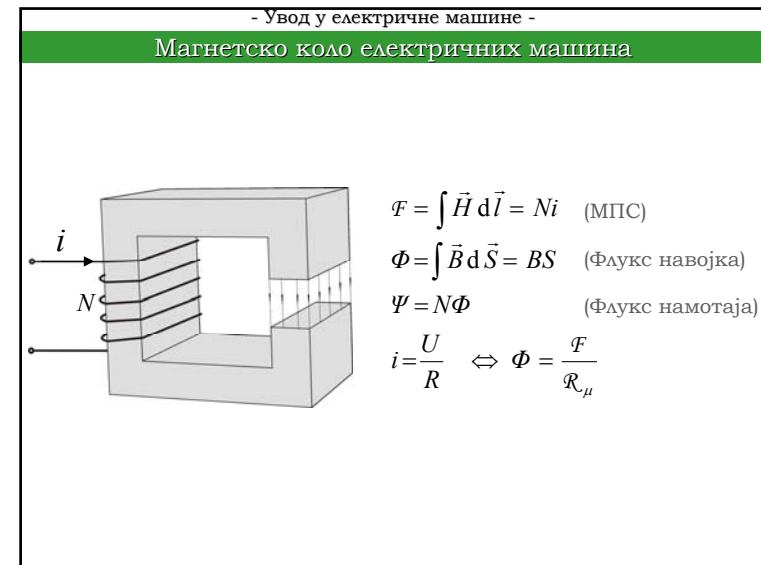
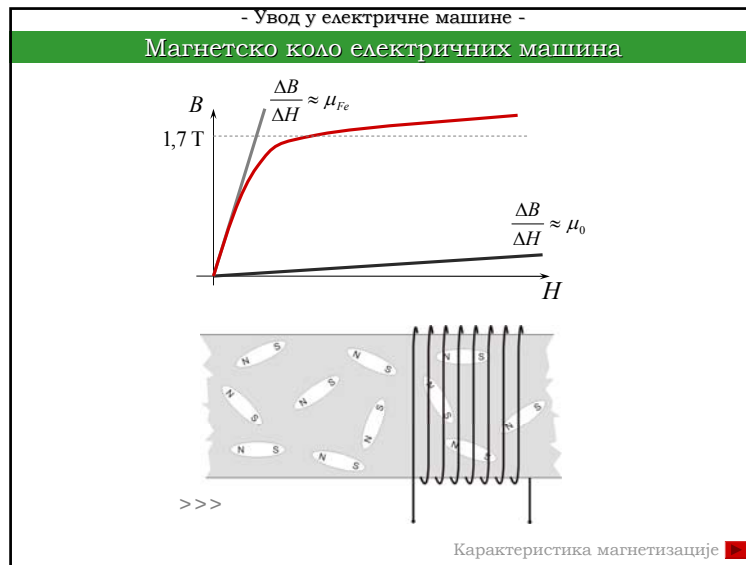
$\vec{F} = i(\vec{l} \times \vec{B}) \Rightarrow F = lBi$ - Лоренцова сила
 $E = \vec{l}(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow E = lBv$ - Фарадејев закон
 $U = Ri + E = Ri + lBv$
 $P_i = Ui = Ri^2 + lBvi = Ri^2 + P_{meh}$

$P_{meh} = Fv = v l B i$

- Увод у електричне машине -

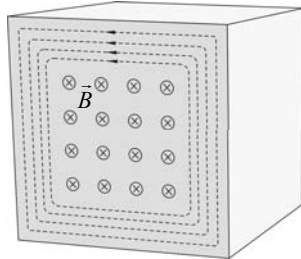
Магнетско коло електричних машина

$B \sim H = \frac{Ni}{\delta}$

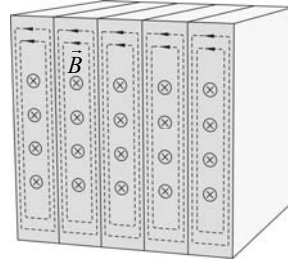


- Увод у електричне машине -

Магнетско коло електричних машина



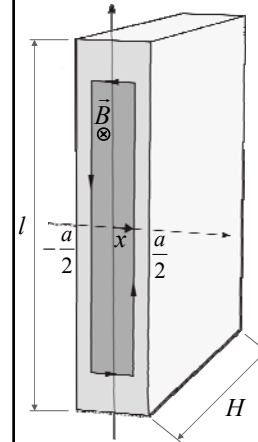
Магнетско коло сачињено из једног дела



Магнетско коло сачињено од пакета лимова

- Увод у електричне машине -

Магнетско коло електричних машина



$$\Psi(x) = 2x l B_m \sin \omega t$$

$$e = \frac{d\Psi}{dt} = 2x l \omega B_m \cos \omega t = \oint_c \vec{E} d\vec{l} = 2lE \Rightarrow$$

$$E = x \omega B_m \cos \omega t$$

$$p_{l\gamma_{Fe}}(x) = \frac{\Delta P_{l\gamma_{Fe}}}{\Delta V} = \sigma E^2 = \sigma x^2 \omega^2 B_m^2 \cos^2 \omega t$$

$$P_{l\gamma_{Fe}} = \int_V p_{l\gamma_{Fe}}(x) dV = 2 \cdot \int_0^{a/2} H l \sigma x^2 \omega^2 B_m^2 \cos^2 \omega t dx$$

$$\Rightarrow P_{l\gamma_{Fe}} = k B_m^2 \omega^2 a^3$$

- Увод у електричне машине -

Магнетско коло електричних машина

e4



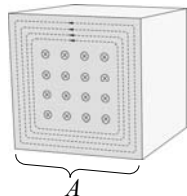
$$A = N \cdot a$$

$$\text{За } N \text{ лимова} \Rightarrow P_{N\gamma_{Fe}} = k N B_m^2 \omega^2 a^3$$

За магнетско коло истих димензија, које није Начињено од лимова већ од пуног материјала

$$P_{l\gamma_{Fe}}^{nelam.} = k B_m^2 \omega^2 A^3, \quad \text{где је } A = N a$$

Напомена: У овом разматрању сматра се да је ширина занемарива у односу на висину



$$A$$

Однос губитака неламинираниог и ламинираниог магнетског кола истих димензија:

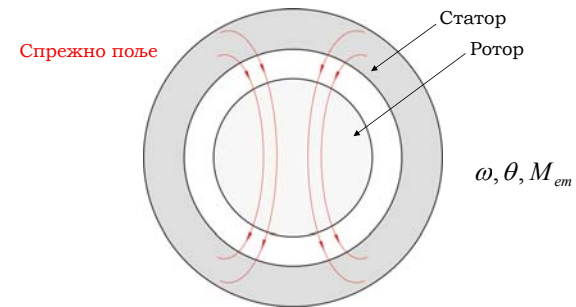
$$\frac{P_{l\gamma_{Fe}}^{nelam.}}{P_{N\gamma_{Fe}}} = \frac{k B_m^2 \omega^2 A^3}{k N B_m^2 \omega^2 a^3} = \frac{N^3 a^3}{N a^3} = N^2 \quad a \sim \frac{1}{N}$$

- Увод у електричне машине -

Магнетско и струјно коло цилиндричних машина

Електромеханички претварачи су углавном ротационе(обртне) направе на принципу магнетског спрежног поља.

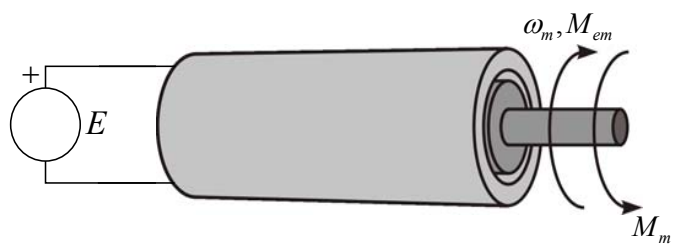
Попречни пресек: цилиндрични облик



- Увод у електричне машине -

Магнетско и струјно коло цилиндричних машина

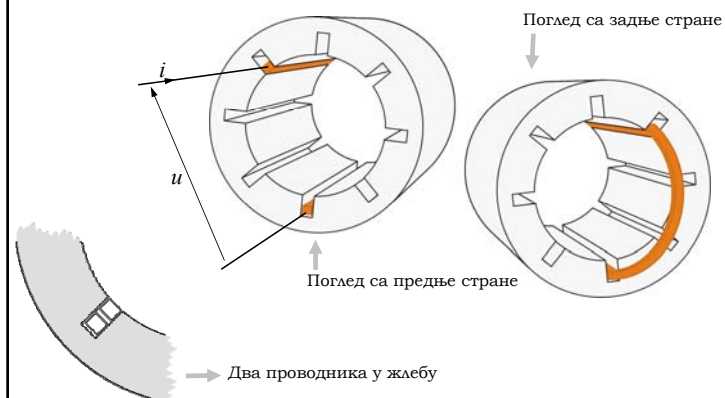
Механички прикључак:



- Увод у електричне машине -

Магнетско и струјно коло цилиндричних машина

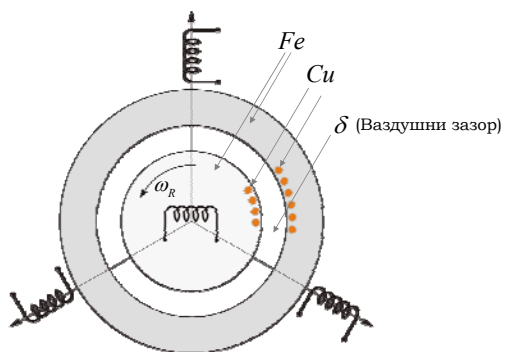
- Цилиндрична структура, магнетско коло од гвожђа, струјно од бакра.
- Проводник, навојак, намотај.
- Тренд: више силицијума, мање бакра и гвожђа.



- Увод у електричне машине -

Магнетско и струјно коло цилиндричних машина

Један или више намотаја стварају поље и зазору:

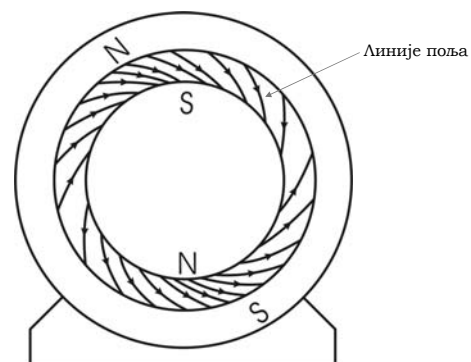


Еквивалентирање намотаја

- Увод у електричне машине -

Магнетско и струјно коло цилиндричних машина

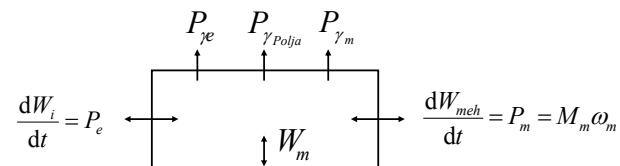
Струјом у једном намотају се може створити поље, а момент се ствара у интеракцији два поља:



Моделовање процеса у електромеханичком претварачу

- Увод у електричне машине -

Моделовање



P_{γ_e} - губици електричног подсистема
 $P_{\gamma_{Polja}}$ - губици у спрежном пољу
 P_{γ_m} - губици у механичком подсистему

- Увод у електричне машине -

Моделовање

Занемарења:

■ Систем се посматра као мрежа са сконцентрисаним параметрима,

■ Занемарују се паразитне капацитивности,

$$\varepsilon E^2 < \mu H^2$$

■ Занемарују се губици у спрежном пољу (гвожђу),

$$P_{Fe}/m = k_H f B_m^2 + k_v f^2 B_m^2 \quad [\text{W/kg}]$$

■ Феромагнетски материјал се сматра линеарним,

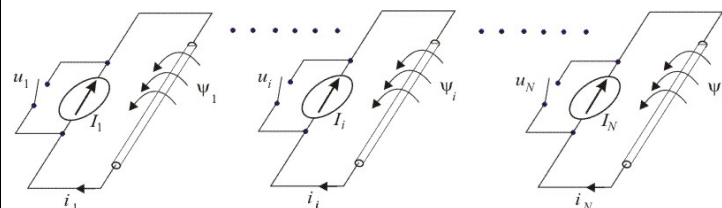
$$\mu = C^{\text{te}}$$

- Увод у електричне машине -

Снага извора

$$\frac{dW_i}{dt} = P_e = \underline{i}^T \underline{u} = \sum_{i=1}^N u_i i_i$$

Напони и струје извора
 Напони извора – напони на крајевима намотаја

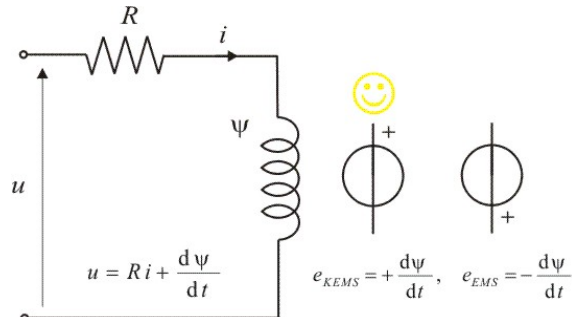


- Увод у електричне машине -

Конвенција: (контра) електромоторна сила

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + e, \quad e = + \frac{d\psi}{dt}$$

Контраелектромоторна сила



- Увод у електричне машине -

Једначине напонске равнотеже

$$\underline{u} = \underline{R}\underline{i} + \frac{d\underline{\Psi}}{dt}$$

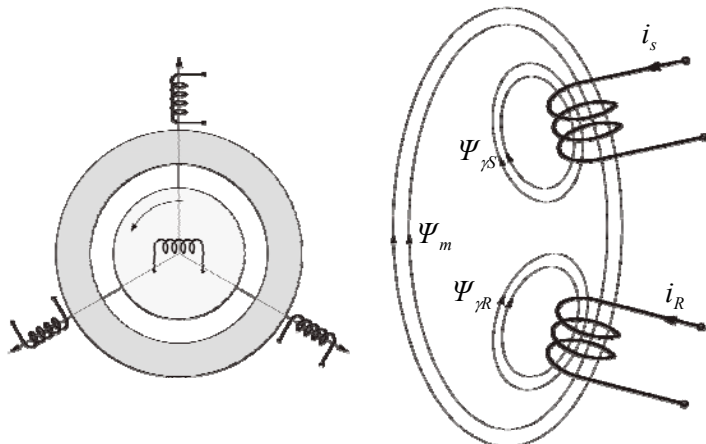
где су $\underline{R} = \text{diag} [R_1, \dots, R_N], \quad \underline{\Psi} = \underline{L}\underline{i}$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & \dots & L_{NN} \end{bmatrix}$$

Матрица L је симетрична: $\underline{L} = \underline{L}^T$

- Увод у електричне машине -

Сопствена, међусобна и расипна индуктивност



- Увод у електричне машине -

Енергија акумулирана у спрежном пољу

$$W_m = \int_V \{ \vec{H} d\vec{B} \} dV = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j L_{ij} i_i i_j = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L} \underline{i}$$

где је $\int \vec{H} d\vec{B}$ густина магнетске енергије.

- Увод у електричне машине -
Снага претварања – електромагнетска снага

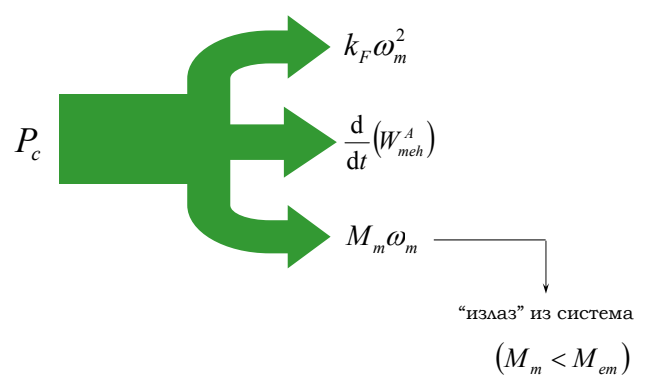
$$P_c = P_{em} = P_e - \frac{dW_m}{dt} - P_{\gamma e}$$

$\begin{matrix} \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ i^T \underline{u} & \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i^T \underline{L} i \right) & i^T \underline{R} i \end{matrix}$

$$P_c = i^T \left(\underline{R} i + \frac{d\Psi}{dt} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i^T \underline{L} i \right) - i^T \underline{R} i = \cancel{i^T \underline{R} i} + i^T \underline{L} \frac{di}{dt} - \frac{1}{2} \frac{di^T}{dt} \underline{L} i - \frac{1}{2} i^T \underline{L} \frac{di}{dt} - \cancel{i^T \underline{R} i} + i^T \frac{d\underline{L}}{dt} i - \frac{1}{2} i^T \frac{d\underline{L}}{dt} i \Rightarrow$$

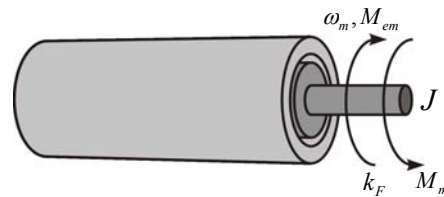
$$P_c = P_{em} = \frac{1}{2} i^T \frac{d\underline{L}}{dt} i$$

- Увод у електричне машине -
Механички подсистем



“излаз” из система
 $(M_m < M_{em})$

- Увод у електричне машине -
Механички подсистем

$$W_{meh}^A = \frac{1}{2} J \omega_m^2$$


$$P_c = P_{em} = \omega_m M_m + k_F \omega_m^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{J \omega_m^2}{2} \right)$$

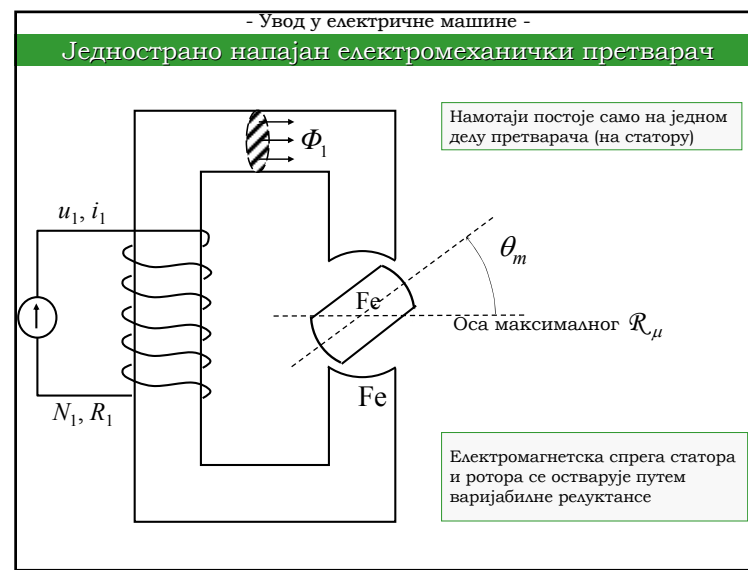
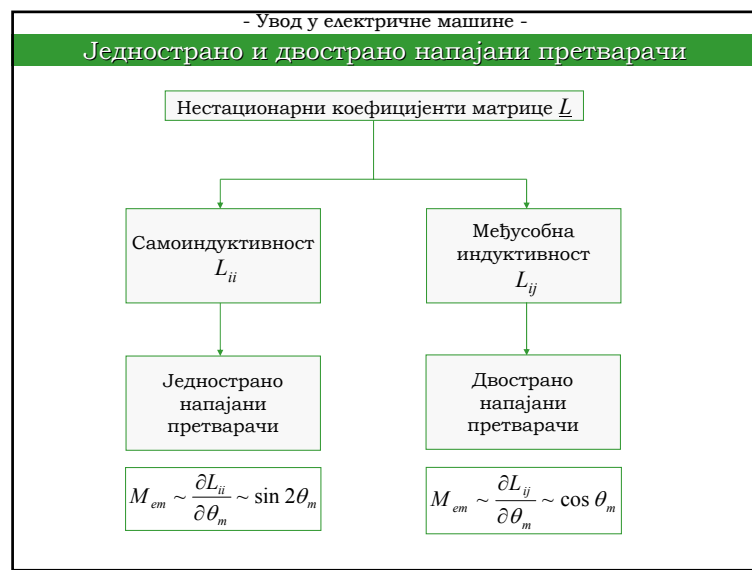
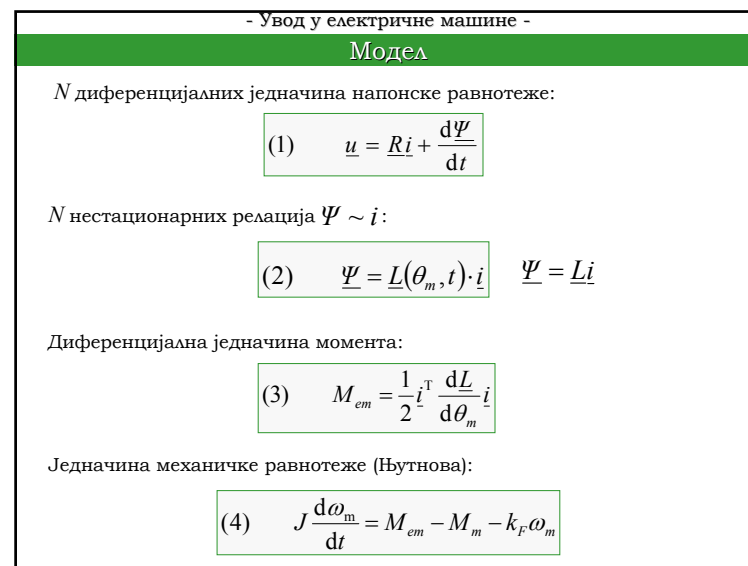
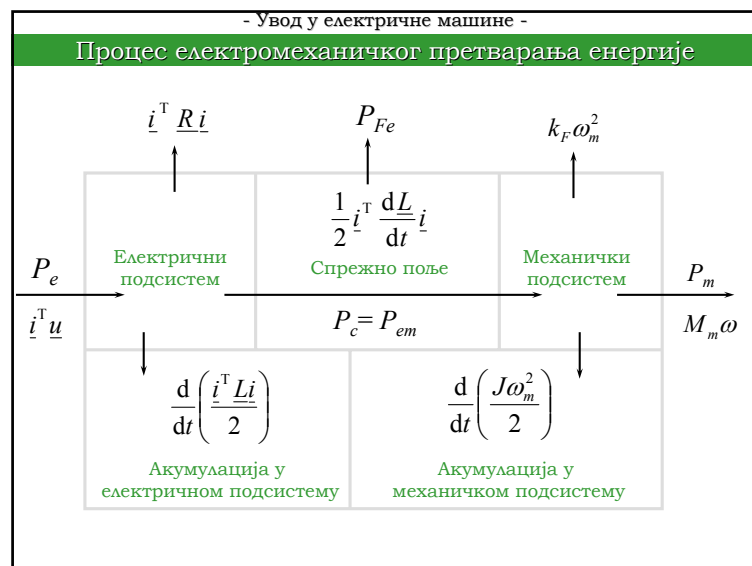
- Увод у електричне машине -
Механички подсистем

$$M_{em} = \frac{1}{2} i^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} i = M_m + k_F \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt}$$

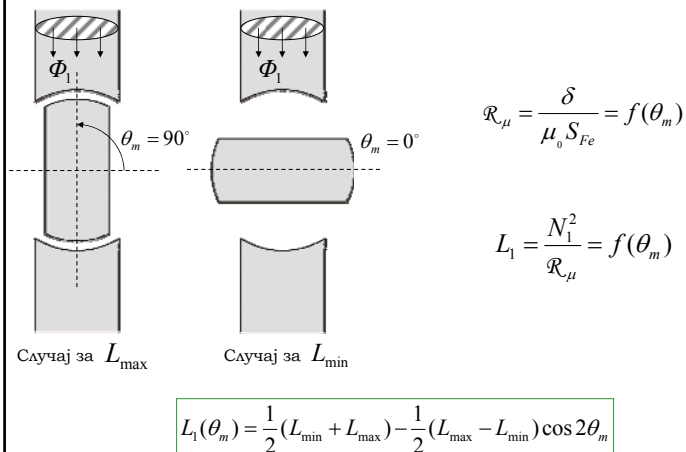
Мера механичке интеракције статор - ротор

$$M_{em} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{dL_{ij}}{d\theta_m} i_i i_j$$

L мора имати елементе зависне од θ_m - релативног положаја статора и ротора.



Једнострано напајан електромеханички претварач



Једнострано напајан електромеханички претварач еб

$$W_m = \frac{1}{2} L_1(\theta_m) \cdot i_1^2$$

$$M_{em} = \left. \frac{dW_m}{d\theta_m} \right|_{i_1 = C^{te}} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta_m} = \frac{1}{2} i_1^2 (L_{\max} - L_{\min}) \sin 2\theta_m \quad \boxed{M_{em} \sim i^2 \sim \Phi^2}$$

Како је $i_1 = C^{te} \Rightarrow$ средња вредност момента $M_{sr} = 0$;

За $i_1 = I_{\max} \sin(\omega_s t - \varphi)$, $i_1^2 = \frac{I_{\max}^2}{2} (1 - \cos(2\omega_s t - 2\varphi))$

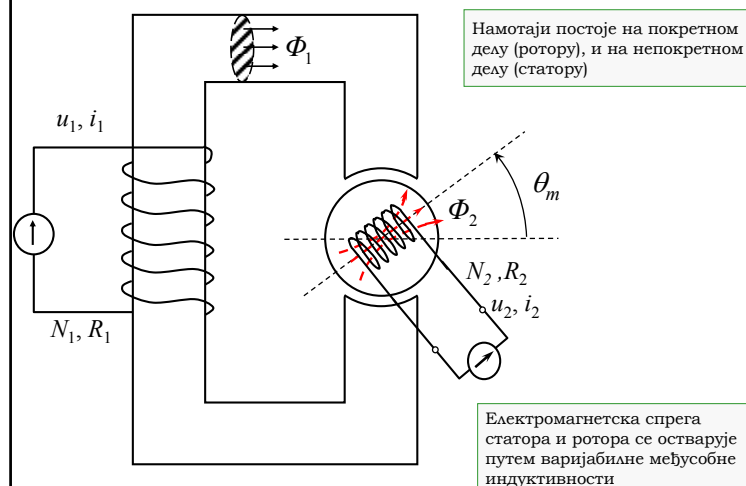
$$M_{em} = \frac{I_{\max}^2}{4} (1 - \cos(2\omega_s t - 2\varphi)) \cdot (L_{\max} - L_{\min}) \sin 2\theta_m$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \omega_s = \omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \Rightarrow$$

$$\boxed{M_{sr} = -\frac{I_{\max}^2}{8} (L_{\max} - L_{\min})}$$

Снага извора

Двострано напајан електромеханички претварач



Двострано напајан електромеханички претварач

$$L_1 \approx \text{const.}$$

$$L_2 \approx \text{const.}$$

Помак θ_m утиче на међусобну индуктивност статорских и роторских намотаја:

$$L_{12}(\theta_m) = L_m \sin(\theta_m)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$$

$$M_{em} = \frac{dW_m}{d\theta_m} = \frac{d}{d\theta_m} \left[\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 \right] = i_1 i_2 L_m \cos \theta_m$$

$$\boxed{M_{em} \sim i_1 i_2 \sim \Phi_1 i_2 \sim \Phi_2 i_1 \sim \Phi_1 \Phi_2}$$

Снага извора

ЕМС

- Увод у електричне машине -

Услови развијања корисног момента

$$i_1 = I_{1m} \cos(\omega_1 t - \varphi_1), \quad i_2 = I_{2m} \cos(\omega_2 t - \varphi_2) \quad \theta_m = \omega_m t$$

$$M_{em} = i_1 i_2 L_m \cos \theta_m = I_{1m} \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \cdot I_{2m} \cos(\omega_2 t - \varphi_2) \cdot L_m \cos \theta_m$$

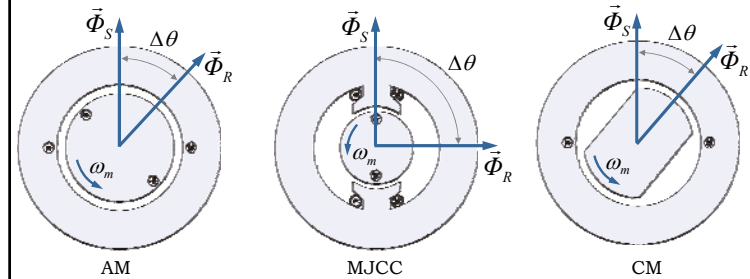
$$M_{em} = \frac{L_m I_{1m} I_{2m}}{4} [\cos(\omega_1 t - \varphi_1 + \omega_2 t - \varphi_2 + \omega_m t) + \cos(\omega_1 t - \varphi_1 + \omega_2 t - \varphi_2 - \omega_m t) + \cos(\omega_1 t - \varphi_1 - \omega_2 t + \varphi_2 + \omega_m t) + \cos(\omega_1 t - \varphi_1 - \omega_2 t + \varphi_2 - \omega_m t)] \Rightarrow$$

Момент ће имати средњу вредност различиту од нуле ако је задовољен један од четири услова датих са:

$$\omega_m = \pm(\omega_1 \pm \omega_2)$$

- Увод у електричне машине -

Услови развијања корисног момента



Код асинхронних мотора важи: $\omega_m = \omega_1 - \omega_2$

Код машина за једносмерну струју важи: $\omega_m = \omega_2, \omega_1 = 0$

Код синхронних машина важи: $\omega_m = \omega_1, \omega_2 = 0$

- Увод у електричне машине -

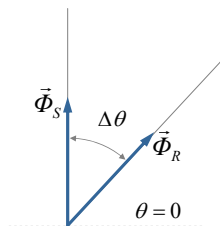
Стварање обртног поља

Да би средња вредност момента била различита од нуле, услов је:

$$\Delta\theta = \text{const.}$$

МНС: $\Delta\theta = \text{const.}$, оба флукса ротирају скупа са ротором

МЈСС: $\Delta\theta = \text{const.}$, оба флукса мирују у односу на статор

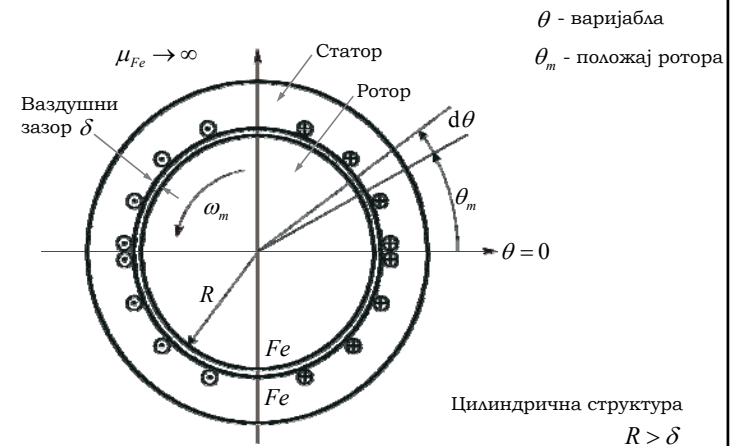


У оба случаја, један од намотаја статора или ротора мора стварати поље које ротира у односу на сам намотај

$$\Delta\theta = \theta_m$$

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине



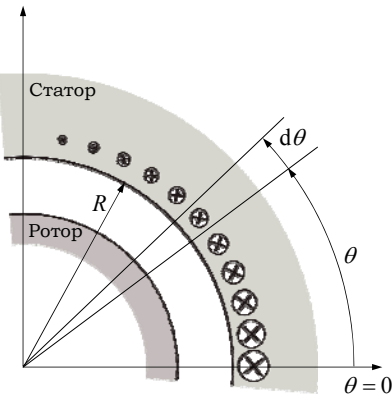
θ - варијабла

θ_m - положај ротора

Цилиндрична структура
 $R > \delta$

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине



$$N'_S(\theta) = N_{S\max}' \cdot \cos\theta$$

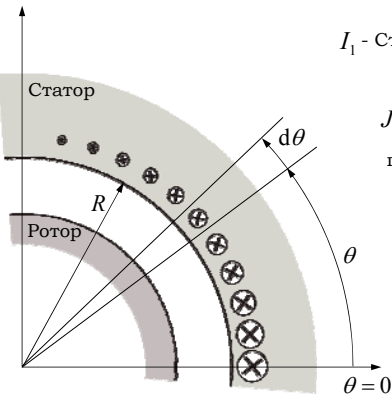
$$dN_S = N'_S R d\theta$$

Укупан број навојака
(1 навојак = 2 проводника):

$$N_N = \int_0^\pi N'_S(\theta) R d\theta$$

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине



I_1 - Струја у једном проводнику

$$J_s(\theta) = N'_S(\theta) I_1 = J_{s0} \cos\theta,$$

где је $J_{s0} = N'_{S\max} I_1$

$$J_s(\theta) = J_{s0} \cos\theta$$

$$dI_s = J_s(\theta) R d\theta$$

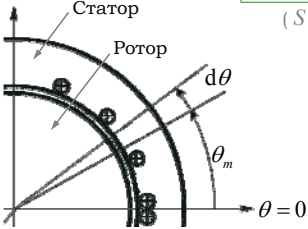
- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

H^S Магнетско поље у ваздушном зазору
које је последица статорског струјног плашта

J_S проузрокује H_r^S и H_θ^S
(S означава статор)

$H_z^S(0) = 0$



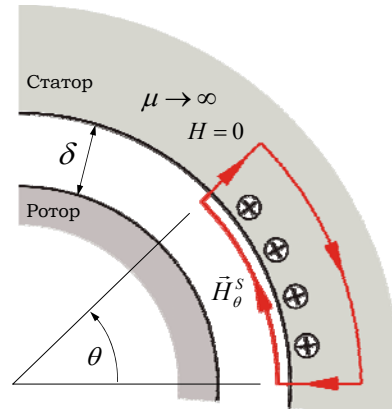
- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

Тангенцијална компонента поља H^S уз унутрашњи зид статора:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\int \vec{H} d\vec{l} = R \Delta\theta H_\theta^S = R \Delta\theta J_s(\theta)$$

$$H_\theta^S(\theta) = J_{s0} \cos\theta$$


Контура C

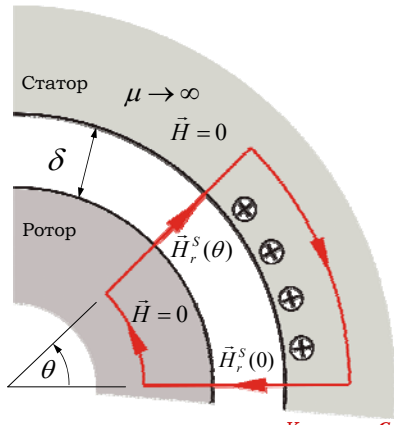
- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

Радијална компонента поља H^S уз унутрашњи зид статора:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = +\delta \cdot H_r^S(\theta) - \delta \cdot H_r^S(0) = \int_0^\theta J_s(\xi) R d\xi = R J_{s0} \sin \theta$$

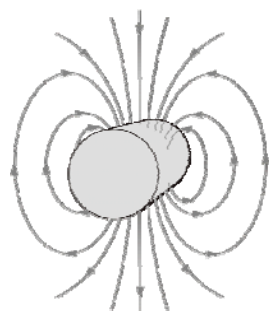
↓

$$H_r^S(\theta) = H_r^S(0) + \frac{R}{\delta} J_{s0} \sin \theta$$


Контура C

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине



$$\text{div} \vec{H} = 0$$

“Изазни флукс” вектора кроз омотач цилиндра мора бити 0!

Напомена: $H_z = 0$, не постоји радијална компонента струјног плашта – струје статора

↓

$$H_r^S(0) = 0$$

$$H_r^S(\theta) = H_r^S(0) + \frac{R}{\delta} J_{s0} \sin \theta = \frac{R}{\delta} J_{s0} \sin \theta$$

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

Тангенцијална и радијална компонента су:

$$H_\theta^S(\theta) = J_{s0} \cos \theta$$

$$H_r^S(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{s0} \sin \theta$$

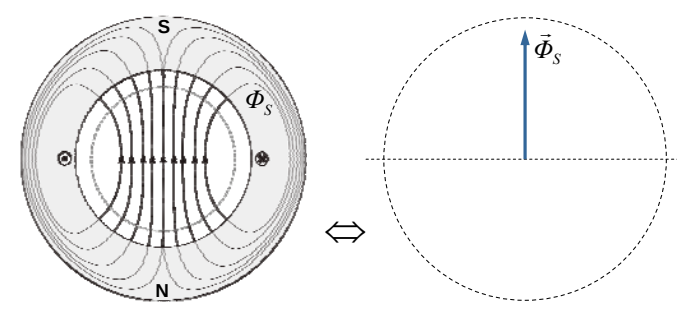
↓

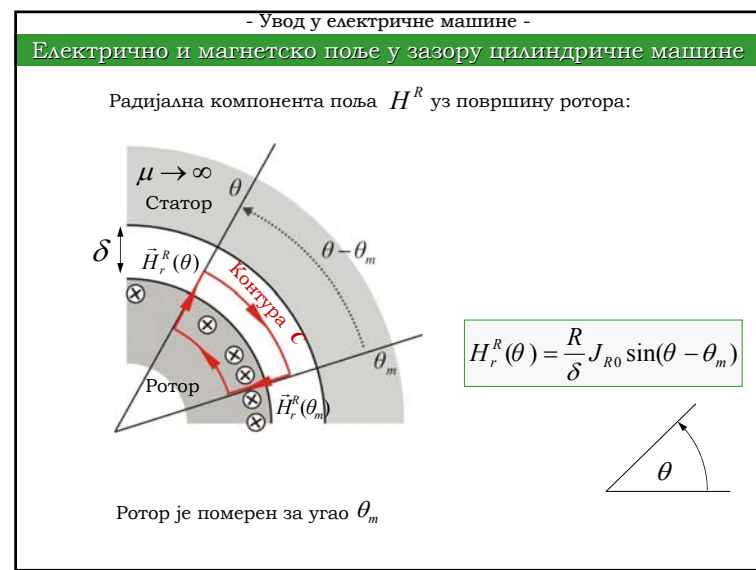
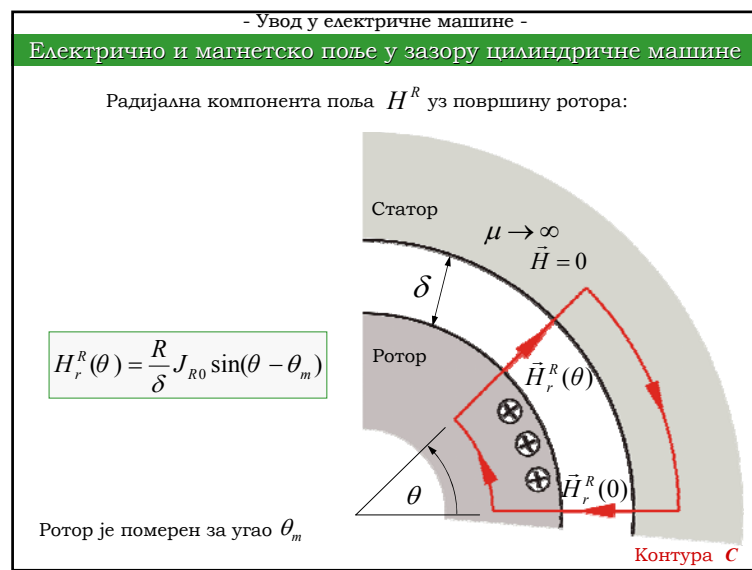
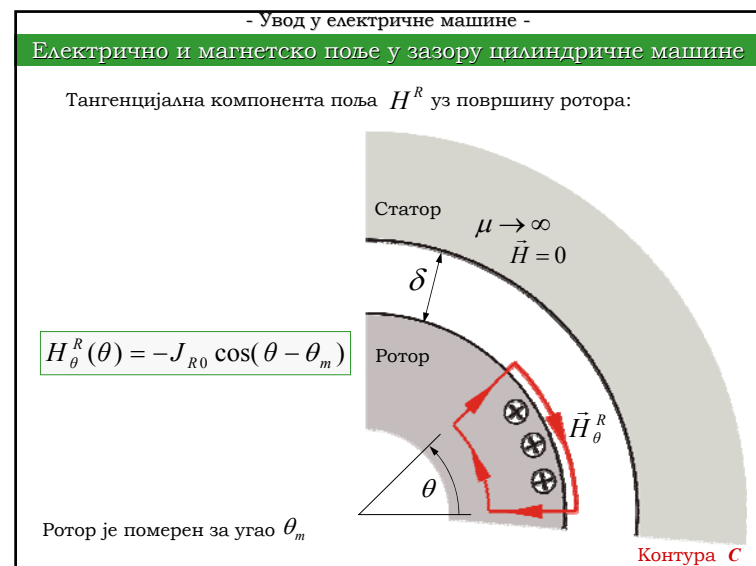
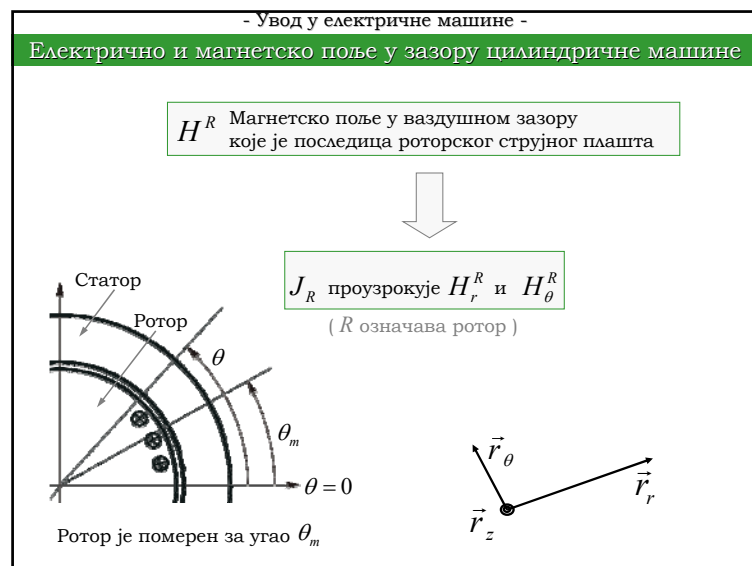
$$H_r^S(\theta) > H_\theta^S(\theta)$$

⇒ доминантна компонента поља је радијална

- Увод у електричне машине -

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

$$H_r^S(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{s0} \sin \theta$$




Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине

Тангенцијална и радијална компонента су:

$$H_{\theta}^R(\theta) = -J_{R0} \cos(\theta - \theta_m)$$

$$H_r^R(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{R0} \sin(\theta - \theta_m)$$

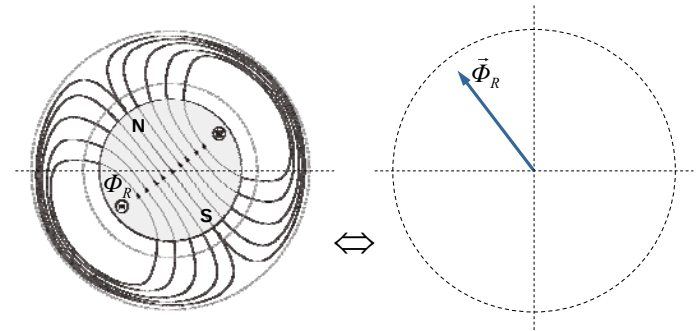


$$H_r^R(\theta) > H_{\theta}^R(\theta)$$

⇒ доминантна компонента поља је радијална

Електрично и магнетско поље у зазору цилиндричне машине e8

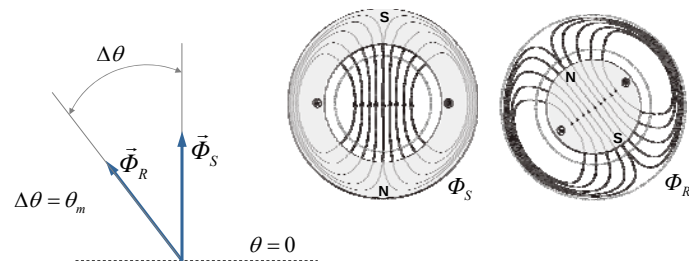
$$H_r^R(\theta) = \frac{R}{\delta} J_{R0} \sin(\theta - \theta_m)$$



Флуks статора и ротора

Статорски струјни плашт ствара статорски флуks Ψ_S (радијално поље)

Роторски струјни плашт ствара роторски флуks Ψ_R (радијално поље)



Pointing-ов вектор

Покретачки момент $M = \partial W_m / \partial \theta_m$

Енергија спрежног поља: $W_m = L \delta R \int_0^{2\pi} w_m d\theta$

Густина енергије поља: $H_r > H_{\theta} \Rightarrow w_m = \frac{1}{2} \mu_0 (H_r^S + H_r^R)^2$

$$W_m = \frac{\mu_0 R^3 L}{2\delta} \int_0^{2\pi} \left(J_{R0}^2 \sin^2(\theta - \theta_m) + J_{S0}^2 \sin^2(\theta) + 2J_{R0}J_{S0} \sin(\theta - \theta_m) \sin(\theta) \right) d\theta$$

↑ const.
 ↑ const.
 ↑ $f(\theta_m)$

- Увод у електричне машине -

Покретачки момент $M = \partial W_m / \partial \theta_m$

$$M = + \frac{dW_m}{d\theta_m} = \frac{d}{d\theta_m} \left\{ \frac{\mu_0 R^3 L J_{R0} J_{S0}}{\delta} \int_0^{2\pi} \sin(\theta - \theta_m) \sin(\theta) d\theta \right\}$$

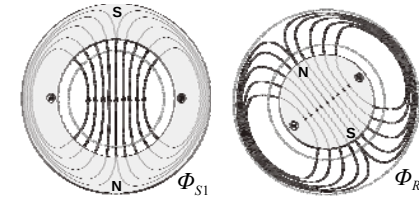
$$M = \frac{d}{d\theta_m} \left\{ \frac{\mu_0 R^3 L J_{R0} J_{S0}}{\delta} \pi \cos(\theta_m) \right\}$$

$$M = - \frac{\mu_0 \pi R^3 L}{\delta} J_{R0} J_{S0} \sin(\theta_m)$$

Напомена: За положај статорског и роторског флукса који је дат у поставци, момент је доиста негативан

- Увод у електричне машине -

Покретачки момент



Максимални статорски флуks у једном навојку:

$$\Phi_{S1} = \int_0^\pi \mu_0 H_r^S(\theta) L \cdot R d\theta = \frac{\mu_0 L R^2}{\delta} J_{S0} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = \frac{2\mu_0 L R^2}{\delta} J_{S0}$$

Максимални роторски флуks у једном навојку:

$$\Phi_{R1} = \frac{2\mu_0 L R^2}{\delta} J_{R0}$$

- Увод у електричне машине -

Покретачки момент

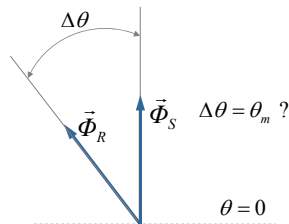
Како је израз за момент:

$$M_{S \rightarrow R} = - \frac{\mu_0 \pi R^3 L}{\delta} J_{R0} J_{S0} \sin(\theta_m)$$

Напомена: За положај статорског и роторског флукса који је дат у поставци, момент је доиста негативан

Момент се може изразити у функцији флуksних обухвата

$$\Phi_{S1} = \frac{2\mu_0 L R^2}{\delta} J_{S0} \quad \Phi_{R1} = \frac{2\mu_0 L R^2}{\delta} J_{R0} \Rightarrow M_{S \rightarrow R}^{em} = k |\vec{\Phi}_S \times \vec{\Phi}_R|$$



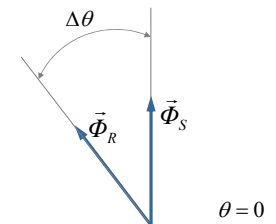
У случају када су у статору и ротору једносмерне струје, положај статорског (роторског) флуksа одређен је положајем статора (ротора). Како статор мирује, угао између два вектора ($\Delta\theta$) је једнак положају ротора θ_m . Средња вредност момента је у току ротације једнака је нули. За не-нулу вредност момента, потребно је да $\Delta\theta$ буде константно.

Доцније ће бити показано да је за неопходно да у једном од намотаја (статору или ротору) постоје наизменичне струје, како би стварале флуks који се обрће у односу на саме намотаје који исти тај флуks стварају (обртно поље)

- Увод у електричне машине -

Момент, ограничења, услови

- $M \sim I^4$ момент ~ габарит
- $\delta \rightarrow 0$ ограничење - B_{max}
- за $\theta_m = \omega_m t$, средња снага различита од нуле
- $\Delta\theta = \text{const.}$

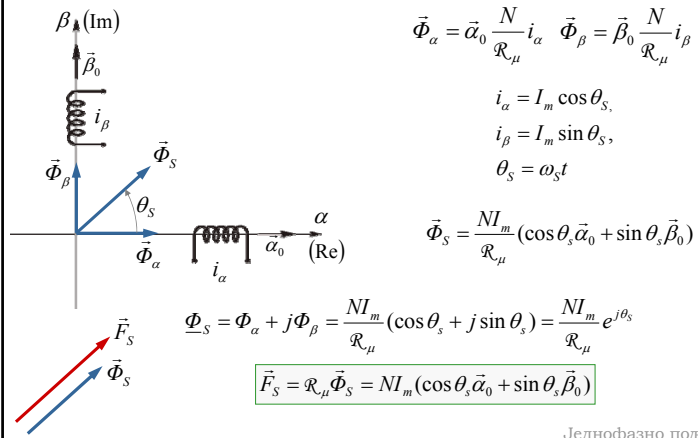


? $\Delta\theta = \theta_m$?

- Увод у електричне машине -

Стварање обртног поља

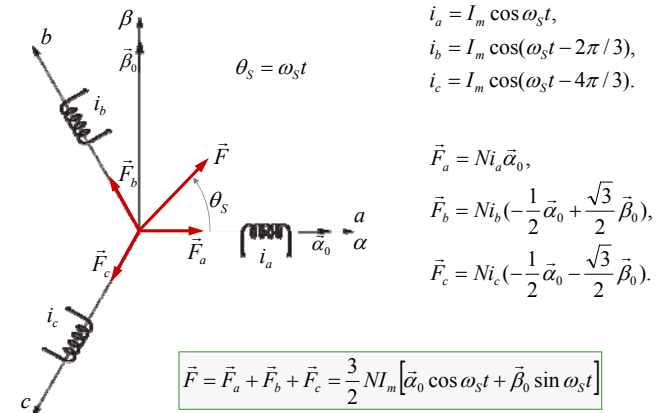
Обртно поље се не може створити једним намотајем. Морају постојати најмање два намотаја на статору:



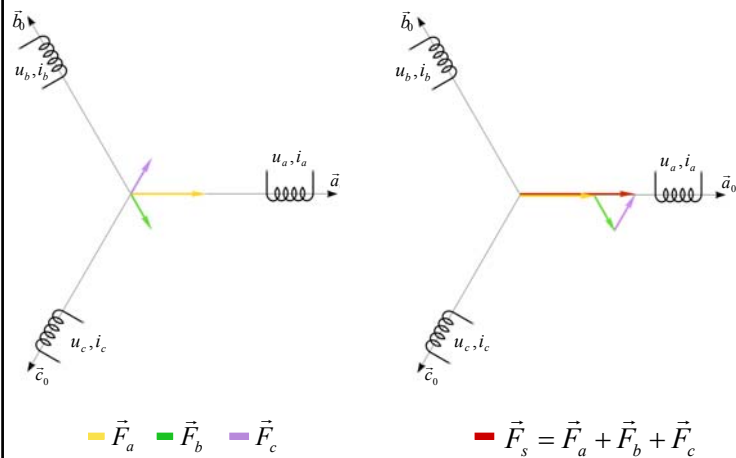
- Увод у електричне машине -

Стварање обртног поља

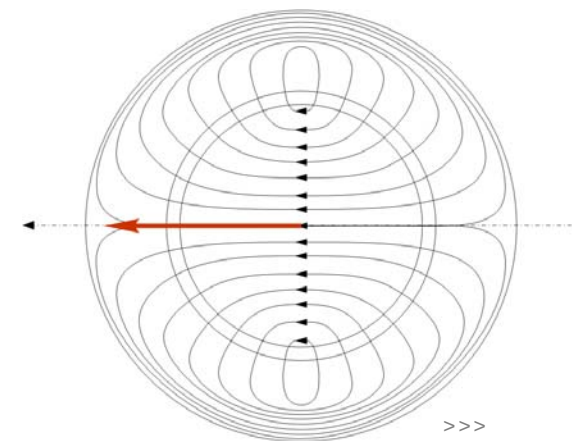
У пракси постоје три намотаја на статору:



Стварање обртног поља

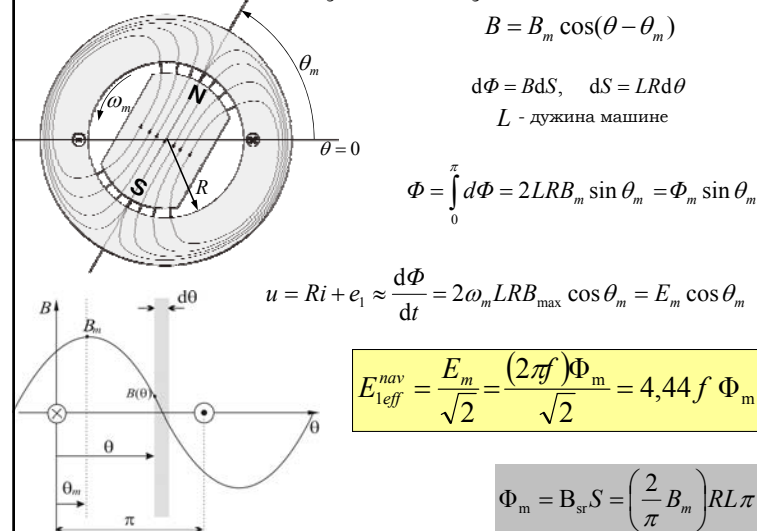


Стварање обртног поља



Индуковане ЕМС у намотајима

ЕМС једног навојка



- Увод у електричне машине - ЕМС једног навојка

•10

Ефективна вредност индуковане ЕМС у једном навојку:

$$E_{1\text{eff}}^{\text{nav}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \Phi_m = 4,44 f \Phi_m$$

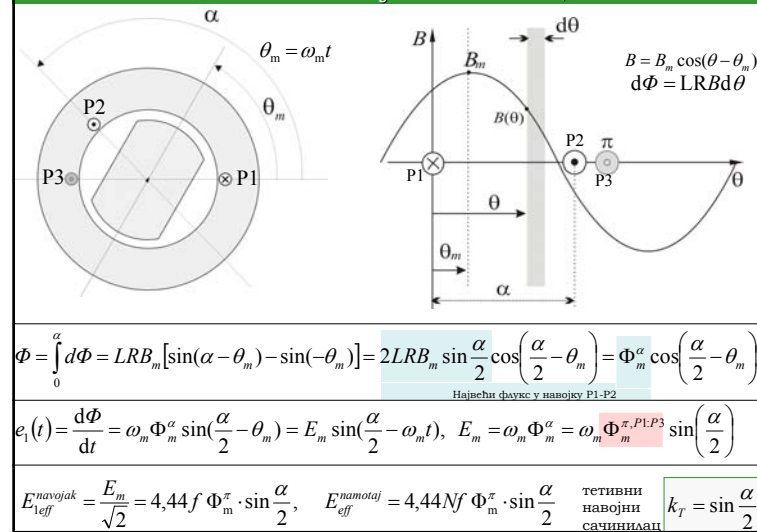
Ефективна вредност ЕМС једног проводника у жлебу статора:

$$E_{1\text{eff}}^{\text{prov}} = 2,22 f \Phi_m$$

Ефективна вредност ЕМС N навојака (намотаја статора):

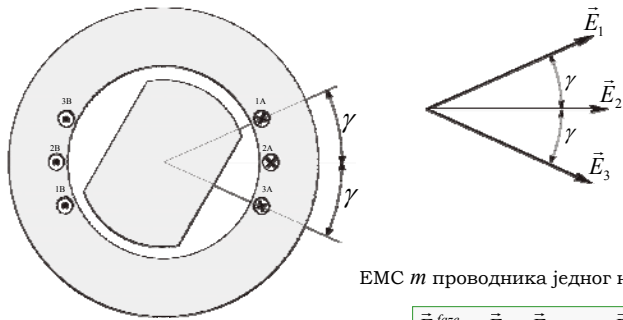
$$E_{1\text{eff}}^{\text{namotaja}} = 4,44 N f \Phi_m$$

Тетивни навојни сачинилац



- Увод у електричне машине -
Појасни навојни сачинилац

Дејство расподеле намотаја статора на m жлебова (померених за угао γ):



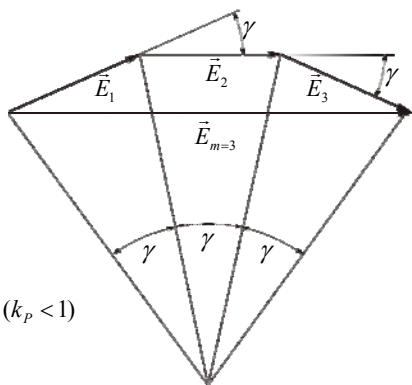
ЕМС m проводника једног намотаја:

$$\vec{E}^{faze} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_m$$

- Увод у електричне машине -
Појасни навојни сачинилац

$$\vec{E}_{m=3}^{faze} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

Појасни навојни сачинилац дефинише се као однос векторског и аритметичког збира ЕМС индукованих у m проводника једног намотаја.

$$k_p = \frac{|\vec{E}_{m=3}|}{3|\vec{E}_1|} = \frac{\sin \frac{m\gamma}{2}}{m \cdot \sin \frac{\gamma}{2}} \quad (k_p < 1)$$


Ефективна вредност ЕМС N навојака (намотаја статора):

$$E_{eff} = E^{faze} = 4,44 k_p N f \Phi_m^\pi$$

- Увод у електричне машине -
Појасни и тетивни навојни сачинилац

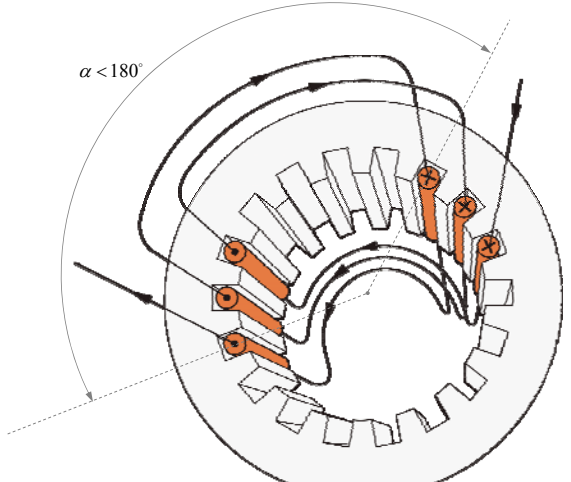
Код расподељених намотаја са скраћеним кораком појављују се и појасни и тетивни навојни сачинилац:

$$k_T = \sin \frac{\alpha}{2} \quad k_p = \frac{\sin \frac{m\gamma}{2}}{m \cdot \sin \frac{\gamma}{2}} \quad \Rightarrow$$

Крајњи израз за ефективну вредност ЕМС једног таквог намотаја са N навојака је:

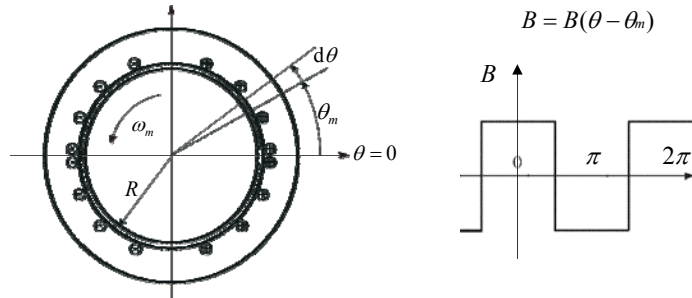
$$E_{eff} = 4,44 k_p k_T N f \Phi_m^\pi$$

- Увод у електричне машине -
Појасни и тетивни навојни сачинилац



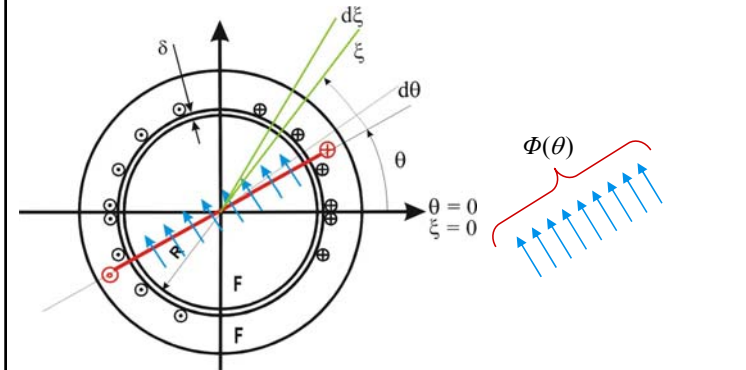
$\alpha < 180^\circ$

Синусоидално расподељен намотај као филтер



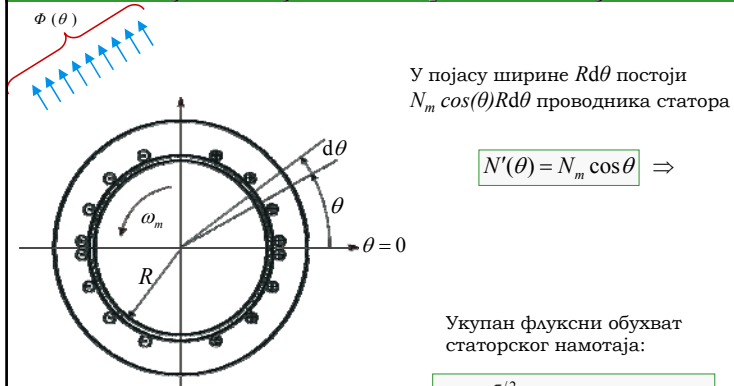
$$B(\theta) = \sum_{i=1}^{+\infty} \left\{ \frac{4}{\pi} \frac{B_{\max}}{2i-1} (-1)^{i+1} \cos[(2i-1) \cdot (\theta - \theta_m)] \right\}$$

Флуксни обухват једне контуре, на положају θ



$$\Phi(\theta) = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B(\xi) L \cdot R d\xi = \int_{\theta}^{\theta+\pi} \left\{ \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{4}{\pi} \frac{B_{\max}}{2i-1} (-1)^{i+1} \cos[(2i-1) \cdot (\xi - \theta_m)] \right\} L \cdot R d\xi$$

Флуксни обухват статорског намотаја



У појасу ширине $Rd\theta$ постоји $N_m \cos(\theta) Rd\theta$ проводника статора

$$N'(\theta) = N_m \cos \theta \Rightarrow$$

Укупан флуксни обухват статорског намотаја:

$$\psi_s = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_m \Phi(\theta) R \cos(\theta) \cdot d\theta$$

Виши хармоници

$$\psi_s = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_m \left\{ \int_{\theta}^{\pi+\theta} LRB(\xi) d\xi \right\} R \cos(\theta) \cdot d\theta$$

(2i-1) хармоник $B(\theta)$. Случај за $i > 1$:

$$\psi_s^{2i-1} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} N_m \left\{ \int_{\theta}^{\pi+\theta} LR \frac{4}{\pi} \frac{B_{\max}}{2i-1} (-1)^{i+1} \cos((2i-1)(\xi - \theta_m)) d\xi \right\} R \cos(\theta) \cdot d\theta$$

$$\psi_s^{2i-1} = N_m LR^2 \frac{8}{\pi} \frac{(-1)^i B_{\max}}{(2i-1)^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin((2i-1)(\theta - \theta_m)) \cos(\theta) \cdot d\theta$$

$$\psi_s^{2i-1} = N_m LR^2 \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^i B_{\max}}{(2i-1)^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [\sin((2i-2)\theta - (2i-1)\theta_m) + \sin(2i\theta - (2i-1)\theta_m)] \cdot d\theta$$

(2i-1) хармоник B(θ). Случај за $i > 1$:

$$\psi_s^{2i-1} = N_m L R^2 \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^i B_{\max}}{(2i-1)^2} \left[\frac{1}{2i-2} \cos((2i-2)\theta - (2i-1)\theta_m) + \frac{1}{2i} \cos(2i\theta - (2i-1)\theta_m) \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$i > 1 \Rightarrow \psi_s^{2i-1} = 0$$

Закључак: постоји само компонента за (2i-1)=1, дакле, први хармоник

$$\psi_s = \psi_s^1 = 4 B_{\max} N_m L R^2 \sin(\theta_m) \quad \theta_m = \omega_m t$$

$$\text{ЕМС: } e_s = \frac{d}{dt} \psi_s = 4 \omega_m B_{\max} N_m L R^2 \cos(\omega_m t)$$